Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Социологический факультет

УТВЕРЖДЕНО
(АКТУАЛИЗИРОВАНО)
Учёным советом социологического факультета
Протокол № 2 от 12.02.2026 г.

Декан социологического факультета
Н.Г. ОСИПОВА

«12» февраля 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

«HIGHER MATHEMATICS»

Уровень высшего образования:
Бакалавриат

Направление подготовки (специальность):

39.03.01 СОЦИОЛОГИЯ
Форма обучения:
Очная

Актуализированная рабочая программа рассмотрена и одобрена

на заседании Учёного Совета факультета

(протокол № 2 от 12 февраля 2026 г.)

Москва
2026

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 39.03.01 Социология (уровень бакалавриата), утверждённым приказом МГУ от «30» августа 2019 года, № 1036 (в действующей редакции).

Годы приёма на обучение: 2023, 2024, 2025, 2026.

1. **Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**: относится к математическому и естественно-научному циклу базовой части, 1,2,3 семестры.
2. **Входные требования для освоения дисциплины (модуля),** предварительные условия (если есть): нет.
3. **Результаты обучения по дисциплине (модулю),** соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников:

Компетенции выпускников (коды)	**Индикаторы (показатели) достижения компетенций**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), сопряжённые с компетенциями[1]**	**Виды оценочных средств**
Компетенция УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Индикатор УК-1.2** Анализирует профессиональную информацию с опорой на общенаучные и математические методы	**ЗНАТЬ:** - общенаучные и математические методы, условия их применения для исследования социальных процессов и явлений	Опрос по лекционному материалу
		УМЕТЬ: - применять общенаучные и математические методы в исследовательской деятельности	Практические задания. Задания для самостоятельной работы

4. **Формат обучения:** очная.
5. **Объём дисциплины (модуля)** составляет 9 з.е. – 324 ак.ч., в том числе 156 академических часов, отведённых на контактную работу обучающихся с преподавателем, 168 академических часов на самостоятельную работу обучающихся. Промежуточная аттестация по данной дисциплине – зачёт.
6. **Содержание дисциплины (модуля),** структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

Наименование и краткое содержание разделов и	**Всего (часы)**	В том числе	Форма текущего контроля успеваемости (опрос, тестирование,

[1] **Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплинам являются типовыми для всех дисциплин (модулей), входящих в ОПОП. Приведены в Оценочных и методических материалах (ФОС) для оценивания результатов обучения по ОПОП по направлению 39.03.01 –Социология.**

дисциплины (модуля), **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**		**Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы**			**Самостоятельная работа обучающегося, часы**	коллоквиум, контрольная работа, реферат и т.п.)
		Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*	**Всего**		
1 семестр						
Раздел 1. Введение в анализ ***Тема 1. Множества и функции***	**12**	2	4	**6**	6	1.Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Тема 2. Последовательности и пределы последовательностей	**12**	2	4	**6**	6	1.Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3.Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 3. Предел функции непрерывного аргумента	**14**	2	6	**8**	6	1.Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2.Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3.Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №1 (см. контрольная работа №1)

Тема 4. Замечательные пределы. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей	**11**	1	4	**5**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 5. Непрерывность функций в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций	**9**	1	2	**3**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2.Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной ***Тема 6. Производная и дифференциал функции. Применение производной для исследования функций***	**18**	4	8	**12**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №2 (см. контрольная работа №2).
Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной ***Тема 7. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования***	**12**	2	4	**6**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Тема 8. Пределы интегральных сумм. Определенный интеграл	**12**	3	3	**6**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 9. Понятие о несобственных интегралах	**8**	1	1	**2**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Промежуточная аттестация (зачёт)						зачет (см. теоретические вопросы и практические задания к зачёту)
Итого по семестру	108	18	36	54	54	
2 семестр						

Раздел 1. Случайные события ***Тема 1. Комбинаторика: основные принципы, понятия и формулы***	**14**	0	4	**4**	10	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 2. Основные понятия и определения теории вероятностей. Алгебра событий. Различные методы определения вероятностей. Важнейшие свойства вероятностей	**18**	4	4	8	10	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 3. Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса	**16**	2	6	**8**	8	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских

						занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №1 (см. контрольная работа №1).
Тема 4. Схема Бернулли. Решение двух основных задач в схеме Бернулли в соответствии с классификацией условий опыта	**16**	2	4	**6**	10	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Раздел 2. Случайные величины ***Тема 5. Случайная величина: генезис, определение, классификация. Способы задания случайных величин дискретного типа (СВДТ). Числовые характеристики СВДТ. Основные законы распределения СВДТ: биномиальный, геометрический, геометрический сдвинутый на единицу, гипергеометрический, Пуассона***	**12**	2	6	**8**	4	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №2 (см. контрольная работа № 2).
Тема 6. Случайные величины непрерывного типа (СВНТ): способы задания СВНТ, вероятность попадания в произвольный интервал, числовые характеристики СВНТ. Основные законы распределения СВНТ: равномерный, показательный, нормальный	**14**	2	4	**6**	8	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2.Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Тема 7. Многомерные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин	**11**	3	2	**5**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 8. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема	**7**	1	2	**3**	4	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Промежуточная аттестация (зачёт)						зачет (см. теоретические вопросы и практические задания к зачету)
Итого по семестру	**108**	**16**	**32**	**48**	**60**	
3 семестр						

Раздел 1. Описательная статистика ***Тема 1. Объект и предмет математической статистики. Признаки. Этапы первичной обработки выборочных данных***	**18**	4	6	**10**	8	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Раздел 2. Аналитическая статистика ***Тема 2. Основные определения и факты теории точечного и интервального оценивания основных параметров генеральной совокупности***	**16**	2	6	**8**	8	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №1 (см. контрольная работа №1).

Тема 3. Методология проверки статистических гипотез. Проверка гипотез о значении параметра генеральной совокупности (генерального среднего, генеральной дисперсии, генеральной доли значений признака, выделенных каким-либо условием)	**12**	2	4	**6**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 4. Проверка гипотез о равенстве значений одинаковых параметров двух генеральных совокупностей (генеральных средних, генеральных дисперсий, генеральных долей значений признака, выделенных каким-либо условием)	**14**	2	6	**8**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий). 4. Внутрисеместровая аттестация №2 (см. контрольная работа №2).

Тема 5. Проверка гипотез о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (критерий Стьюдента). Непараметрические критерии равенства генеральных средних двух генеральных совокупностей: критерий Манна-Уитни (в случае независимых выборок) и критерий Уилкоксона (в случае зависимых выборок)	**12**	2	4	**6**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 6. Проверка гипотезы о предполагаемом законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи-квадрат	**8**	2	2	**4**	4	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).

Тема 7. Проверка гипотезы об отсутствии связи между двумя качественными признаками или между двумя количественными признаками, значения которых разбиты на категории, с помощью критерия независимости хи-квадрат. Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок (о совпадении законов распределения генеральных совокупностей, из которых извлечены выборки) с помощью критерия однородности хи-квадрат	**10**	2	2	**4**	6	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Тема 8. Элементы корреляционного анализа	**18**	2	6	**8**	10	1. Проверка готовности студента к каждому семинару (наличие выполненного домашнего задания). 2. Опрос по теоретическим вопросам и материалам лекции на семинаре (см. контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях). 3. Активность студента на семинаре: решение практических задач, ответы на теоретические вопросы (см. планы семинарских занятий).
Промежуточная аттестация (зачёт)						зачет (см. теоретические вопросы и практические задания к зачёту)
Итого по семестру	**108**	**18**	**36**	**54**	**54**	
Итого	**324**	**52**	**104**	**156**	**168**	

1 семестр

Тема 1. Множества и функции

Понятие множества, элемента множества. Способы задания множеств. Конечные и бесконечные множества. Алгебра множеств. Свойства операций объединения и пересечения множеств. Действительные числа. Счетные и несчетные подмножества множества действительных чисел. Функция как закон соответствия между множествами. Способы задания функций. Основные свойства функций. Обратные функции. Основные элементарные функции и обратные к ним. Сложные функции. Построения графиков функций методом преобразований.

Тема 2. Последовательности и пределы последовательностей

Последовательность как функция натурального аргумента. План исследования последовательностей с целью выявления у них свойств ограниченности и монотонности. Предел последовательности. Определение предела последовательности на языке «ε» — «N». Геометрический смысл предела последовательности. Неограниченные и бесконечно большие последовательности. Бесконечно малые последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Теорема о единственности предела последовательности. Теоремы о пределах последовательностей.

Тема 3. Предел функции непрерывного аргумента

Определение предела функции на бесконечности и его геометрический смысл. Определение предела функции в точке на языке «ε» — «δ». Геометрический смысл предела функции в точке. Техника нахождения пределов функций. Результаты подстановки предельного значения аргумента в аналитическое выражение функции, не приводящие к появлению неопределенностей. Теоремы о пределах функций. Способы раскрытия неопределенностей различных видов.

Тема 4. Замечательные пределы. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей

Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Применение замечательных пределов для раскрытия неопределенностей. Сравнение бесконечно малых. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей вида $0/0$. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

Тема 5. Непрерывность функции в точке и на промежутке

Различные определения непрерывности функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы о свойствах непрерывных функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций в каждой точке их области определения. Теоремы о свойствах непрерывных функций на отрезке: первая и вторая теоремы Вейерштрасса, первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва: разрывы 1-го и 2-го рода.

Тема 6. Производная и дифференциал функции. Применение производной для исследования функций

Понятие и определение производной. Определение дифференцируемой функции. Необходимое условие дифференцируемости функции: связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Геометрический смысл производной. Нахождение производных от основных элементарных функций. Таблица производных. Правила нахождения производной суммы, произведения и частного функций, степенно-показательной функции, логарифмического выражения, частного, в числителе и знаменателе которого стоит произведение нескольких функций. Производная от обратной функции. Производная сложной функции. Понятие о производных высших порядков. Формула Тейлора о представлении функции в виде многочлена по степеням «х». Теорема Лагранжа о конечном приращении функции на отрезке. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞. Понятие о дифференциале функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Таблица дифференциалов. Правила нахождения дифференциалов. Применение производной к исследованию функций. Исследование функций с целью построения графиков функций.

Тема 7. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования

Понятие о первообразной функции. Определение и свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов функций, являющихся производными основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Интегрирование методом замены переменной (метод подстановки). Метод интегрирования по частям. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Тема 8. Пределы интегральных сумм. Определенный интеграл

Задача нахождения площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении определенного интеграла на отрезке. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Геометрические приложения определенного интеграла.

Тема 9. Понятие о несобственных интегралах

Несобственные интегралы первого рода – интегралы с бесконечными промежутками интегрирования. Несобственные интегралы второго рода – интегралы от неограниченных (терпящих бесконечный разрыв на промежутке интегрирования) функций.

2 семестр

Тема 1. Комбинаторика: основные принципы, понятия и формулы

Принцип произведения как универсальный способ подсчета числа упорядоченных соединений, образованных из элементов разных множеств и из элементов одного и того же множества. Упорядоченные соединения, образованные из элементов одного множества согласно алгоритму: размещения с повторениями и размещения без повторений. Упорядоченные соединения, образованные из элементов одного множества: перестановки порядка n и перестановки n элементов, только k из

которых различны. Неупорядоченные соединения: сочетания и сочетания с повторениями.

Тема 2. Основные понятия и определения теории вероятностей. Алгебра событий. Различные методы определения вероятностей. Важнейшие свойства вероятностей

Объект и предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей: опыт, исходы опыта, пространство элементарных исходов опыта. Примеры. Основные определения теории вероятностей: случайные события, благоприятствующие исходы, совместные и несовместные события. Примеры. Три типа классификации событий: по количеству благоприятствующих исходов, по возможности наступления, по составу. Множество всех событий, связанных с опытом, имеющим n исходов, и его мощность. Операции над событиями. Алгебра событий. Метод определения вероятностей событий, основанный на постулатах (в опытах с конечным числом исходов). Классический метод определения вероятностей (в опытах с конечным числом равновозможных исходов). Важнейшие свойства вероятностей.

Тема 3. Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса

Зависимые и независимые события: их определение, взаимность независимых и взаимность зависимых событий. Определение условной вероятности событий, следствия из него. Полная вероятность события, могущего наступить на втором этапе опыта, состоящего из двух различных зависимых испытаний. Формула Байеса для определения условных послеопытных (так называемых апостериорных) вероятностей событий, могущих наступить на первом этапе такого опыта, при условии, что ожидаемое событие на втором этапе опыта произошло.

Тема 4. Схема Бернулли. Решение двух основных задач в схеме Бернулли в соответствии с классификацией условий опыта

Биномиальная схема Бернулли: n одинаковых «независимых» испытаний, с двумя альтернативными результатами каждое. Применение формулы Бернулли для решения двух основных задач в биномиальной схеме Бернулли. Применение формулы Пуассона для решения двух основных задач в схеме Бернулли. Применение локальной и интегральной формул Муавра-Лапласа для решения двух основных задач в схеме Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов» - появлений ожидаемого события А, вероятность которого постоянна и равна p в каждом из n испытаний опыта, удовлетворяющих биномиальной схеме Бернулли. Полиномиальная схема Бернулли: n однотипных независимых испытаний с m альтернативными результатами каждое.

Тема 5. Случайная величина: генезис, определение, классификация. Способы задания случайных величин дискретного типа (СВДТ). Числовые характеристики СВДТ. Основные законы распределения СВДТ: биномиальный, геометрический, геометрический, сдвинутый на единицу, гипергеометрический, Пуассона

Случайная величина как функция, ее область определения и область значений. Примеры. Классификация случайных величин по типу структуры множества их возможных значений. Способы задания СВДТ. Математическое ожидание СВДТ: определение и свойства. Дисперсия СВДТ: определение и свойства.

Биномиальное распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной биномиальному закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик случайной величины.

Геометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной геометрическому закону и геометрическому закону, сдвинутому на единицу, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры этих законов, специфические формулы основных числовых характеристик.

Гипергеометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной гипергеометрическому закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик случайной величины.

Закон Пуассона распределения вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной закону Пуассона, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик случайной величины.

Тема 6. Случайные величины непрерывного типа (СВНТ): способы задания СВНТ, вероятность попадания в произвольный интервал, числовые характеристики СВНТ. Основные законы распределения СВНТ: равномерный, показательный, нормальный

Специфика структуры множества возможных значений и, как следствие, способы задания СВНТ. Функция плотности распределения вероятностей f(x) как способ задания СВНТ и определение с её помощью вероятности попадания СВНТ в произвольный интервал. Свойства функции плотности f(x). Функция распределения вероятностей F(x): ее определение и свойства. Математическое ожидание СВНТ. Дисперсия СВНТ. Диаграмма основных задач теории СВНТ как план изучения законов распределения СВНТ.

Равномерное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал на множестве возможных значений, основные числовые характеристики.

Показательное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал на множестве возможных значений, основные числовые характеристики.

Нормальное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, основные числовые характеристики, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал. Правило «три сигма» для нормального распределения вероятностей случайных величин.

Тема 7. Многомерные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин

Многомерная случайная величина и закон ее распределения. Двумерные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условные

законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин. Условное математическое ожидание и условная дисперсия. Равномерное распределение на плоскости и двумерное нормальное распределение. Функции случайных величин.

Тема 8. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема

Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теоремы П.Л. Чебышева и А.Я. Хинчина. Центральная предельная теорема.

3 семестр

Тема 1. Объект и предмет математической статистики. Признаки. Этапы первичной обработки выборочных данных

Объект и предмет математической статистики: статистические совокупности и признаки. Примеры. Генеральные совокупности и случайные величины, ассоциированные со статистическими совокупностями. Выборка и её реализация. Операция ранжирования выборочных данных. Вариационный ряд. Дискретные статистические ряды как результат разбиения вариационных рядов на группы одинаковых значений признака. Расширенные дискретные статистические ряды. Описание данных путем интерпретации составляющих расширенных дискретных статистических рядов. Примеры. Группировка членов вариационного ряда путем разбиения диапазона вариационного ряда на частичные интервалы. Процедура разбиения диапазона вариационного ряда на частичные интервалы. Интервальные статистические ряды. Расширенные интервальные статистические ряды. Описание данных путем интерпретации составляющих расширенных интервальных статистических рядов. Примеры. Способы графического представления данных, сгруппированных в дискретные статистические ряды. Способы графического представления данных, сгруппированных в интервальные статистические ряды. Выборочные числовые характеристики – показатели центра распределения и структуры распределения данных, сгруппированных в дискретные статистические ряды: среднее выборочное, выборочная мода, выборочная медиана, выборочные квартили. Выборочные числовые характеристики – показатели центра распределения и структуры распределения данных, сгруппированных в интервальные статистические ряды: среднее выборочное, выборочная мода, выборочная медиана, выборочные квартили, другие квантили различных уровней. Показатели вариации признака, рассеяния значений признака относительно центра распределения: различные расчетные формулы. Выбросы. Выборочные моменты. Выборочный коэффициент эксцесса. Различные выборочные коэффициенты асимметрии.

Тема 2. Основные определения и факты теории точечного и интервального оценивания основных параметров генеральной совокупности

Основные определения и факты теории точечного оценивания. Таблица генеральных числовых характеристик и их точечных оценок – выборочных числовых характеристик. Требования к точечным оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечная оценка математического ожидания и ее свойства. Точечные оценки генеральной дисперсии и их свойства. Основные определения и факты теории интервального оценивания. Доверительный интервал для генерального

среднего при известной генеральной дисперсии. Доверительный интервал для генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии. Доверительный интервал для генеральной доли значений признака, выделенных каким-либо условием. Доверительный интервал для генеральной дисперсии при неизвестном математическом ожидании.

Тема 3. Методология проверки статистических гипотез. Проверка гипотез о значении параметра генеральной совокупности (генерального среднего, генеральной дисперсии, генеральной доли значений признака, выделенных каким-либо условием)

Основные определения и факты теории статистических гипотез. Этапы проверки гипотез. Принципы формулирования основной и альтернативной гипотез: примеры пар основной и альтернативной гипотез. Как работают параметрические критерии проверки статистических гипотез. Основные законы распределения случайных величин – статистик критериев проверки гипотез: нормальный, Стьюдента, хи-квадрат, Фишера. Уровень значимости. Критическая область: принципы построения. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при известной генеральной дисперсии. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и достаточном объёме выборки. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и малом объёме выборки. Проверка гипотезы о значении генеральной доли. Проверка гипотезы о значении генеральной дисперсии.

Тема 4. Проверка гипотез о равенстве значений одинаковых параметров двух генеральных совокупностей (генеральных средних, генеральных дисперсий, генеральных долей значений признака, выделенных каким-либо условием)

Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при известных генеральных дисперсиях. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных равными (критерий Стьюдента для независимых выборок). Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных неравными (критерий Уэлча). Проверка гипотезы о равенстве генеральных долей значений признака, выделенных каким-либо условием, у двух генеральных совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух генеральных совокупностей.

Тема 5. Проверка гипотез о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (критерий Стьюдента). Непараметрические критерии равенства генеральных средних двух генеральных совокупностей: критерий Манна-Уитни (в случае независимых выборок) и критерий Уилкоксона (в случае зависимых выборок)

Параметрический критерий Стьюдента для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок: виды пар основной и альтернативных гипотез, статистика критерия и её закон распределения, нахождение критической области, формально-логический и содержательный выводы.

Непараметрический критерий Уилкоксона для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных

совокупностей в случае зависимых выборок: виды пар основной и альтернативных гипотез, нахождение наблюдаемого значения критерия и критической области распределения Уилкоксона, аппроксимируемого нормальным распределением с областью возможных значений (0; n(n+1)/2) и математическим ожиданием n(n+1)/4.

Непараметрический критерий Манна-Уитни для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае независимых выборок: нахождение наблюдаемого значения критерия и нахождение критической области распределения Манна-Уитни, аппроксимируемого нормальным распределением с областью возможных значений (0; $n_1 \cdot n_2$) и математическим ожиданием $n_1 \cdot n_2/2$.

Тема 6. Проверка гипотез о предполагаемом законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи-квадрат

Этапы проверки гипотез о виде закона распределения. Общий вид критерия согласия хи-квадрат. Специфика нахождения теоретических частот в случае различных гипотетических законов распределения: биномиального, Пуассона, равномерного (для дискретных, непрерывных и качественных признаков), нормального. Проверка гипотезы о нормальном законе распределения генеральной совокупности. Проверка гипотезы о распределении случайной величины по закону Пуассона с помощью критерия согласия хи-квадрат. Проверка гипотезы о равномерном законе распределения генеральной совокупности.

Тема 7. Проверка гипотезы об отсутствии связи между двумя качественными признаками или между двумя количественными признаками, значения которых разбиты на категории, с помощью критерия независимости хи-квадрат. Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок (о совпадении законов распределения генеральных совокупностей из которых извлечены выборки) с помощью критерия однородности хи-квадрат

Проверка гипотез о независимости двух признаков с помощью критерия независимости хи-квадрат: статистика критерия и её закон распределения с указанием формулы для числа степеней свободы df, нахождение критической области, определение теоретических частот. Проверка гипотез об однородности нескольких выборок с помощью критерия однородности хи-квадрат: статистика критерия и её закон распределения с указанием формулы для числа степеней свободы df, нахождение критической области.

Тема 8. Элементы корреляционного анализа

Определение связи между признаками на выборках из генеральных совокупностей значений признаков путем подсчета коэффициентов корреляции. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.

Выбор коэффициент корреляции, адекватного шкале данных.

Коэффициент корреляции Пирсона r_P для двух признаков, значения которых выражены в шкале интервалов/отношений. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции r_p.

Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена r_S или Кендалла τ для двух признаков, значения которых выражены либо для двух признаков в порядковой шкале, либо для одного – в порядковой шкале, для другого – в шкале интервалов/отношений, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральных совокупностях путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции r_s или τ.

Коэффициент φ для оценки корреляционной связи между двумя признаками с дихотомическими значениями. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции φ.

Точечно-бисериальный коэффициент r_{pb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых выражены в интервальной шкале или шкале отношений, а значения другого – дихотомические. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции r_{pb}.

Рангово-бисериальный коэффициент r_{rb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых дихотомические, а значения другого выражены в номинальной или порядковой шкале, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции r_{rb}.

Коэффициент конкордации Кендалла W для оценки согласованности результатов индивидуального ранжирования n объектов k оценщиками. Определение статистической значимости вычисленного коэффициента конкордации W.

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Оценочные средства для текущего контроля и самостоятельной работы

7.1.1 Текущий контроль

Контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях:

1 семестр

Тема 1. Множества и функции

1. Понятие множества, способы задания множеств. Привести примеры.
2. Конечные и бесконечные множества, счетные и несчетные множества.
3. Свойства операций объединения и пересечения множеств. Алгебра множеств.
4. Счетные и несчетные подмножества множества действительных чисел.
5. Функция как закон соответствия между множествами. Способы задания функций.
6. Основные свойства функций.
7. Обратные функции.
8. Основные элементарные функции и обратные к ним.

9. Сложная функция.
10. Построения графиков функций методом преобразований: сформулировать основные правила и привести примеры.

Тема 2. Последовательности и пределы последовательностей

1. Определение последовательность как функции натурального аргумента.
2. План исследования последовательностей с целью выявления у них свойств ограниченности и монотонности.
3. Предел последовательности. Определение предела последовательности на языке «ε» — «N».
4. Геометрический смысл предела последовательности.
5. Неограниченные и бесконечно большие последовательности.
6. Определение бесконечно малой последовательности на языке «ε» — «N».
7. Теоремы о свойствах бесконечно малых последовательностей.
8. Теорема о единственности предела последовательности. Теоремы о пределах последовательностей.

Тема 3. Предел функции непрерывного аргумента

1. Определение предела функции на бесконечности и его геометрический смысл.
2. Определение предела функции в точке на языке «ε» — «δ» и его геометрический смысл.
3. Техника нахождения пределов функций. Результаты подстановки предельного значения аргумента в аналитическое выражение функции, не приводящие к появлению неопределенностей.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теоремы о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций.
5. Теоремы о пределах функций.
6. Способы раскрытия неопределенностей различных видов.

Тема 4. Замечательные пределы. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей

1. Первый «замечательный» предел – предел отношения синуса бесконечно малого угла к этому углу.
2. Второй «замечательный» предел – предел типа «е».
3. Применение замечательных пределов для раскрытия неопределенностей.
4. Сравнение бесконечно малых.
5. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей вида $0/0$.
6. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

Тема 5. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций

1. Различные определения непрерывности функции в точке.
2. Односторонние пределы функции в точке.
3. Непрерывность основных элементарных функций в каждой точке их области определения.
4. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы о свойствах непрерывных функций на отрезке: первая и вторая теоремы

Вейерштрасса, первая и вторая теоремы Больцано-Коши.

5. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва: разрывы 1-го и 2-го рода.

Тема 6. Производная и дифференциал функции. Применение производной для исследования функций

1. Понятие и определение производной.
2. Определение дифференцируемой функции. Необходимое условие дифференцируемости функции: связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
3. Геометрический смысл производной функции.
4. Нахождение производных от основных элементарных функций. Таблица производных.
5. Правила нахождения производной суммы, произведения и частного функций, степенно-показательной функции, логарифмического выражения, частного, в числителе и знаменателе которого стоит произведение нескольких функций.
6. Производные сложных функций.
7. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞.
8. Понятие о дифференциале функции. Геометрический смысл дифференциала функции.
9. Применение производной к исследованию функций.
10. Исследование функций с целью построения графиков функций.

Тема 7. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования

1. Понятие о первообразных функции. Определение и свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица неопределенных интегралов функций, являющихся производными основных элементарных функций.
3. Метод непосредственного интегрирования.
4. Интегрирование методом замены переменной (метод подстановки).
5. Метод интегрирования по частям.

Тема 8. Пределы интегральных сумм. Определенный интеграл

1. Задача нахождения площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Теорема о среднем значении определенного интеграла на отрезке.
4. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу.
5. Формула Ньютона – Лейбница.
6. Замена переменной в определенном интеграле.
7. Интегрирование по частям.
8. Геометрические приложения определенного интеграла.

Тема 9. Понятие о несобственных интегралах

1. Несобственные интегралы первого рода – интегралы с бесконечными промежутками интегрирования.
2. Несобственные интегралы второго рода – интегралы от неограниченных (терпящих бесконечный разрыв на промежутке интегрирования) функций.

Планы семинарских занятий:

1 семестр

Занятия 1, 2. Семинары-практикумы по теме: «Множества и функции»

Цель занятий 1, 2: научиться находить аналитические выражения для обратных функций, строить графики двух взаимно обратных функций в одной системе координат, научиться строить графики функций методом преобразований графиков основных элементарных функций

1. Основные свойства функций. Понятия обратной функции. Основные элементарные функции и обратные к ним: их свойства и графики, построенные в одной системе координат.
2. Построение графиков различных функций методом преобразований основные правила.

Занятия 3, 4. Семинары-практикумы по теме: «Последовательности и пределы последовательностей»

Цель занятий 3, 4: исследовать последовательности с целью выявления у них свойств ограниченности и монотонности, уметь доказывать, что число является пределом последовательности – находить такой номер N(ε), что все члены последовательности с номерами n, большими, чем N(ε), попадают в ε −окрестность числа, являющегося пределом.

1. Задачи на исследование последовательностей по плану с целью выявления у последовательностей свойств ограниченности и монотонности.
2. Задачи на доказательство, что число является пределом последовательности – на нахождение формулы номера N(ε).
3. Задачи на нахождение формулы номера N(ε), конкретных номеров при различных конкретных значениях ε, на построение соответствующих ε-окрестностей предела.
4. В предложенных примерах найти и идентифицировать члены расходящейся последовательности, бесконечно большой последовательности, бесконечно малой последовательности, ограниченной последовательности, сходящейся последовательности.

Занятия 5, 6. Семинар-практикум по теме: «Предел функции непрерывного аргумента»

Цель занятий 5, 6: освоить технику нахождения пределов функций и научиться раскрывать неопределенности видов: $\mathbf{0/0}$, ∞/∞, $\infty - \infty$

1. Нахождение пределов функций в отсутствии неопределенности.
2. Использование теорем о пределах.
3. Раскрытие неопределенностей вида $\mathbf{0/0}$ и ∞/∞.

4. Раскрытие неопределенностей вида $\infty - \infty$.

Занятие 7. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по разделу «Введение в анализ»

Цель занятия 7: проверить освоение навыков построения графиков различных функций методом преобразований, исследования последовательностей, нахождения пределов функций через раскрытие неопределенностей

1. Задачи на построение графиков показательных, логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических функций методом преобразований.
2. Задача на исследование последовательности и на доказательство, что число является пределом последовательности.
3. Различные примеры на нахождение пределов функций через раскрытие неопределенностей вида $0/0$, ∞/∞, $\infty - \infty$.

Занятия 8, 9. Семинары-практикумы по теме: «Замечательные пределы. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей»

Цель занятий 8, 9: научиться раскрывать неопределенности различных видов с помощью замечательных пределов и путем замены бесконечно малых функций на эквивалентные им бесконечно малые

1. Раскрытие неопределенностей вида $\mathbf{0/0}$ с помощью первого замечательного предела.
2. Раскрытие неопределенностей вида $(\mathbf{1+0})^{\infty}$с помощью второго замечательного предела.
3. Раскрытие неопределенностей вида $\mathbf{0/0}$ с помощью эквивалентных бесконечно малых.

Занятие 10. Семинар-практикум по теме: «Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций»

Цель занятий 10: научиться исследовать функции на непрерывность

1. Находить пределы слева и справа в точках на границах области определения элементарных функций.
2. Исследовать функции, заданные несколькими аналитическими выражениями, на непрерывность.

Занятия 11, 12, 13. Семинары-практикумы по теме: «Производная и дифференциал функции. Применение производной для исследования функций»

Цель занятий 11, 12, 13: научиться находить производные, исследовать функции и строить графики.

1. Знание таблицы производных основных элементарных функций и таблицы производных сложных функций от аргумента u. Нахождение производных по правилу производной суммы, произведения и частного.
2. Задача на нахождение производных сложных функций по цепному правилу.
3. Задача на нахождение производной степенно-показательной функции.
4. Задача на нахождение производной логарифмического выражения.
5. Задача на вычисление производной частного, в числителе и знаменателе которого стоит произведение нескольких функций.
6. Задачи на исследование дробно-рациональных функций и построение графиков.

7. Задачи на исследование функций и построение графиков.
8. Нахождение пределов функций путем раскрытия неопределенностей $0\cdot\infty$, $\mathbf{0/0}$ и ∞/∞ с помощью правила Лопиталя.

Занятие 14. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по разделу «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Цель занятия 14: проверить освоение навыков нахождения производных различных функций, исследования функций с помощью производных и построения графиков.

1. Задача на нахождение производной сложной функции.
2. Задача на нахождение производной степенно-показательной функции.
3. Задача на нахождение производной логарифмического выражения.
4. Задача на нахождение производной частного, в числителе и знаменателе которого стоит произведение нескольких функций.
5. Нахождение пределов функций путем раскрытия неопределенностей вида $\mathbf{0/0}$, $(\mathbf{1}+\mathbf{0})^{\infty}$ с помощью первого и второго замечательного предела.
6. Нахождение пределов функций путем раскрытия неопределенностей $0\cdot\infty$, $\mathbf{0/0}$ и ∞/∞ с помощью правила Лопиталя.
7. Исследование дробно-рациональной функции с помощью пределов и производных и построение ее графика.

Занятия 15, 16. Семинары-практикумы по теме: «Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования»

Цель занятия 15, 16: научиться основным методам интегрирования

1. Знание таблицы неопределенных интегралов. Знание основных свойств неопределенных интегралов.
2. Метод непосредственного интегрирования.
3. Метод замены переменной (метод подстановки) – два случая.
4. Метод интегрирования по частям – основные принципы выбора функций, принимаемых за u и за v.

Занятие 17. Семинар-практикум по теме: «Пределы интегральных сумм. Определенный интеграл»

Цель занятия 17: научиться вычислять определенные интегралы

1. Задача нахождения площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Замена переменной в определенном интеграле.
5. Интегрирование по частям.
6. Некоторые геометрические приложения определенного интеграла.

Занятие 18. Семинар-практикум по теме: «Понятие о несобственных интегралах»

Цель занятия 18: получить понятие о несобственных интегралах и их сходимости, научиться их вычислять

1. Несобственные интегралы первого рода – интегралы с бесконечными промежутками интегрирования.
2. Несобственные интегралы второго рода – интегралы от неограниченных (терпящих бесконечный разрыв на промежутке интегрирования) функций.

Контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях

2 семестр

Тема 1. Комбинаторика: основные принципы, понятия и формулы

1. Принцип произведения как универсальный способ подсчета числа упорядоченных соединений, образованных как из элементов разных множеств, так и из элементов одного множества. Привести примеры решения задач.
2. Упорядоченные соединения: размещения с повторениями и размещения без повторений. Знание основных определений и вывода формул. Привести примеры решения задач.
3. Упорядоченные соединения: перестановки порядка n и перестановки n элементов, только k из которых различны (перестановки с повторениями). Знание основных определений, вывод формул. Привести примеры решения задач.
4. Неупорядоченные соединения: сочетания и сочетания с повторениями. Связь между сочетаниями без повторений и размещениями без повторений. Привести примеры решения задач.

Тема 2. Основные понятия и определения теории вероятностей. Алгебра событий. Различные методы определения вероятностей. Важнейшие свойства вероятностей

1. Объект и предмет теории вероятностей. Детерминированные и стохастические закономерности. Массовые случайные явления.
2. Основные понятия теории вероятностей: опыт, исходы опыта, пространство элементарных исходов. Привести примеры.
3. Основные определения теории вероятностей: случайные события, благоприятствующие исходы, совместные и несовместные события. Привести примеры.
4. Три типа классификации событий: по возможности наступления, по составу, по количеству благоприятствующих исходов.
5. Мощность множества всех событий, связанных с опытом, имеющим n исходов. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля.
6. Операции над событиями. Алгебра событий.
7. Сколько достоверных, невозможных и случайных событий, связанных с опытом, имеющим n исходов, существует?
8. Сколько элементарных и составных событий, связанных с опытом, имеющим n исходов, существует? Сколько при этом имеется составных событий с двумя благоприятствующими исходами? А с тремя? А с k благоприятствующими исходами?
9. Метод определения вероятностей событий, основанный на постулатах (в опытах с конечным числом исходов).
10. Привести примеры визуализации опыта, его исходов или групп исходов и найти вероятность нескольких событий методом, основанным на постулатах.
11. Важнейшие свойства вероятностей.
12. Классический метод определения вероятностей (в опытах с конечным числом равновозможных исходов).

Тема 3. Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса

1. Зависимые и независимые события, взаимность зависимости и взаимность независимости событий. Символические записи условной вероятности, независимости и зависимости двух событий. Определение условной вероятности событий и следствие из него.
2. Полная вероятность события, могущего наступить на последнем этапе опыта, состоящего из двух (или более) различных зависимых испытаний.
3. Формула Байеса для определения условных, а именно, послеопытных вероятностей событий, могущих наступить на предыдущих этапах таких опытов.

Тема 4. Схема Бернулли. Решение двух основных задач в схеме Бернулли в соответствие с классификацией условий опыта

1. Биномиальная схема Бернулли: n однотипных независимых испытаний с двумя альтернативными результатами.
2. Применение формулы Бернулли при решении двух основных задач в биномиальной схеме Бернулли.
3. Применение формулы Пуассона при решении двух основных задач в схеме Бернулли.
4. Применение локальной и интегральной формул Муавра-Лапласа при решении двух основных задач в схеме Бернулли.
5. Наиболее вероятное число «успехов» - появлений ожидаемого события А, вероятность которого постоянна и равна р в каждом из n испытаний опыта, удовлетворяющего биномиальной схеме Бернулли.
6. Полиномиальная схема Бернулли: n однотипных независимых испытаний с m альтернативными результатами.

Тема 5. Случайная величина: генезис, определение, классификация. Способы задания СВДТ. Числовые характеристики СВДТ. Основные законы распределения СВДТ: биномиальный, геометрический, геометрический, сдвинутый на единицу, гипергеометрический, Пуассона

1. Случайная величина как функция, ее область определения и область значений. Привести примеры.
2. Классификация случайных величин по типу структуры множества их возможных значений.
3. Способы задания СВДТ.
4. Математическое ожидание СВДТ: определение и свойства.
5. Дисперсия СВДТ: определение и свойства.
6. Биномиальное распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной биномиальному закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
7. Геометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной геометрическому закону и геометрическому закону, сдвинутому на единицу, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
8. Гипергеометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной

гипергеометрическому закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.

9. Закон Пуассона распределения вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной закону Пуассона, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.

Тема 6. Случайные величины непрерывного типа: способы задания, числовые характеристики, основные законы распределения. Основные законы распределения СВНТ: равномерный, показательный, нормальный

1. Специфика СВНТ. Функция плотности распределения вероятностей f(x) как способ задания СВНТ. Свойства функции плотности f(x).
2. Функция распределения вероятностей F(x): ее определение и свойства.
3. Математическое ожидание СВНТ. Примеры.
4. Дисперсия СВНТ. Примеры.
5. Равномерный закон распределения СВНТ: функция плотности распределения вероятностей f(x), функция распределения вероятностей F(x), математическое ожидание, дисперсия.
6. Показательный закон распределения СВНТ: функция плотности распределения вероятностей f(x), функция распределения вероятностей F(x), математическое ожидание, дисперсия.
7. Нормальный закон распределения СВНТ: функция плотности распределения вероятностей f(x), функция распределения вероятностей F(x), математическое ожидание, дисперсия, нахождения вероятности попадания на любой промежуток, правило «три сигма».

Тема 7. Многомерные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин

1. Многомерная случайная величина и закон ее распределения.
2. Двумерные случайные величины. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины.
3. Зависимые и независимые случайные величины.
4. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
5. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.
6. Равномерное распределение на плоскости и двумерное нормальное распределение.

Тема 8. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема

1. Неравенства Маркова и Чебышева.

2. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теоремы П.Л. Чебышева и А.Я. Хинчина.
3. Центральная предельная теорема.

Планы семинарских занятий

2 семестр

Занятия 1, 2. Семинары-практикумы по теме: «Комбинаторика: основные принципы, понятия и формулы»

Цель занятий 1, 2: научиться применять правила произведения и сложения, понятия размещений, перестановок и сочетаний для решения комбинаторных задач

1. Правило произведения для подсчета числа упорядоченных соединений. Решение задач.
2. Понятия размещений, перестановок для подсчета числа упорядоченных соединений. Понятие сочетаний. Решение задач.
3. Решение различных типов задач.

Занятия 3, 4. Семинары-практикумы по теме: «Основные понятия и определения теории вероятностей. Алгебра событий. Различные методы определения вероятностей событий. Важнейшие свойства вероятностей»

Цель занятий 3, 4: научиться применять схему для решения задач с конечным числом равновозможных исходов (классический метод определения вероятностей), научиться визуализировать опыт, строить математическую модель опыта, состоящего из конечного числа различных или одинаковых независимых испытаний и применять метод определения вероятностей, основанный на постулатах. Отработать применение важнейших свойств вероятностей

1. Схема решения задач на классический метод определения вероятностей.
2. Задачи на визуализацию опыта и применение метода, основанного на постулатах.
3. Вероятность суммы несовместных событий.
4. Вероятность суммы совместных событий.
5. Вероятность противоположного события.
6. Вероятность произведения независимых событий.

Занятия 5, 6. Семинар-практикум по теме: «Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса»

Цель занятий 5, 6: научиться решать задачи на условную вероятность, отработать применение важнейших свойств вероятностей, научиться решать задачи на нахождение полной вероятности события и на применение формулы Байеса

1. Визуализация опыта на условную вероятность.
2. Вероятность произведения зависимых событий. Решение задач.
3. Схема решения задач на полную вероятность и формулу Байеса. Решение задач.

Занятие 7. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по теме «Случайные события»

Цель занятия 7: проверить знание различных методов нахождения вероятностей случайных событий, релевантных

содержанию опыта, проверить знание соответствующих алгоритмов, демонстрирующих специфику рассматриваемой теории.

1. Задача на применение алгоритма решения задач на классическое определение вероятности и применение правила произведения из комбинаторики.
2. Задача на применение алгоритма решения задач на классическое определение вероятности и применение правила произведения и понятия перестановок из комбинаторики.
3. Более сложная задача на применение алгоритма решения задач на классическое определение вероятности и применение понятия перестановок из комбинаторики.
4. Задача на применение алгоритма решения задач на классическое определение вероятности и применение правила произведения и понятия сочетаний из комбинаторики.
5. Задача на визуализацию опыта, построение математической модели опыта, состоящего из «независимых» испытаний, исходы которого представляют собой цепочки независимых событий, и на применение метода определения вероятностей, основанного на постулатах.
6. Задача на визуализацию опыта, построение математической модели опыта, состоящего из последовательного проведения одинаковых «зависимых» испытаний.
7. Задача на полную вероятность события и формулу Байеса.

Занятия 8, 9. Семинары-практикумы по теме: «Схема Бернулли. Решение двух основных задач в схеме Бернулли в соответствии с классификацией условий опыта»

Цель занятий 8, 9: научиться решать задачи на схему Бернулли, научиться применять формулу Бернулли, формулу Пуассона, локальную формулу Муавра-Лапласа, интегральную формулу Муавра-Лапласа

1. Визуализация опыта, удовлетворяющего схеме Бернулли.
2. Две основные задачи в схеме Бернулли и их решение при небольших значениях n числа испытаний с помощью формулы Бернулли.
3. Две основные задачи в схеме Бернулли и их решение при очень больших значениях n числа испытаний и очень малых значениях вероятностей по формуле Пуассона.
4. Две основные задачи в схеме Бернулли и их решение при больших значениях n числа испытаний и близких к ½ значениях вероятностей p, с помощью локальной и интегральной формул Муавра-Лапласа.

Занятия 10, 11. Семинары-практикумы по теме: «Основные законы распределения СВДТ: биномиальный, геометрический с ограничением, гипергеометрический, Пуассона»

Цель занятий 10, 11: научиться решать задачи на нахождение законов распределения дискретных случайных величин, на нахождение числовых характеристик дискретных случайных величин

1. Задачи на биномиальный закон.

2. Задачи на геометрический закон и геометрический закон с ограничением.
3. Задачи на закон Пуассона.
4. Вычисление числовых характеристик по основным и специфическим формулам.

Занятие 12. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по теме «Схема Бернулли. Основные законы распределения случайных величин дискретного типа»

Цель занятия 12: проверить знание различных законов распределения дискретных случайных величин, а также знание соответствующих алгоритмов, демонстрирующих специфику рассматриваемой теории

1. Задача на биномиальный закон.
2. Задача на геометрический закон с ограничением.
3. Задача на гипергеометрический закон.
4. Задача на закон Пуассона.
5. Вычисление числовых характеристик.
6. Задача на применение формулы Бернулли, формулы Пуассона, формул Муавра – Лапласа.

Занятия 13, 14. Семинары-практикумы по теме: «Случайные величины непрерывного типа: способы задания, вероятность попадания в произвольный интервал на множестве возможных значений, числовые характеристики»

Цель занятия 13, 14: научиться решать задачи, представленные на диаграмме основных задач теории непрерывных случайных величин

1. Задача на нахождение функции распределения по функции плотности.
2. Задача на нахождение функции плотности по функции распределения.
3. Задача на нахождение математического ожидания СВНТ.
4. Задача на нахождение дисперсии СВНТ.
5. Задача на вычисление вероятности попадания СВНТ в произвольный интервал.
6. Задачи на свойства нормального закона распределения.
7. Правило «три сигма» для нормального распределения.
8. Основные законы распределения СВНТ.

Занятие 15. Семинар-практикум по теме: «Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин»

Цель занятия 15: изучить теорию многомерных случайных величин.

1. Функция распределения и функция плотности распределения двумерной случайной величины.
2. Числовые характеристики двумерной случайной величины.

3. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.
4. Условное математическое ожидание и условная дисперсия.

Занятие 16. Семинар-практикум по теме: «Закон больших чисел. Центральная предельная теорема»
Цель занятия 16: изучить теоремы Бернулли, Чебышева, Хинчина и их применение

1. Неравенства Маркова и Чебышева.
2. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Теоремы П.Л. Чебышева и А.Я. Хинчина.
3. Центральная предельная теорема.

Примерные задания для внутрисеместровой контрольной работы №1.

1. В турфирме имеются путевки на 15 курортов. 10 человек независимо покупают путевки. Какова вероятность:
   1) все приобретут путевки на разные курорты;
   2) все приобретут путевки на один и тот же курорт;
   3) все приобретут путевки на Кипр?

2. 17 фильмов будут показаны на кинофестивале. В результате жеребьевки определяется последовательность их показа. Какова вероятность, что между фильмами А и В покажут любые 5, а между В и С – любые 8?

3. Книги русских, английских и французских классиков случайным образом расставляют на полке. Книг русских писателей 11штук, английских – 10, французских – 9. Все книги разные. Какова вероятность, что:
   а) книги писателей каждой страны окажутся рядом;
   б) все книги писателей каких-нибудь двух стран будут стоять рядом примыкающими блоками;
   в) все книги писателей одной какой-нибудь страны будут стоять рядом;
   г) все книги русских писателей будут стоять рядом?
4. В оргкомитете 18 членов, среди которых 8 юристов. Активисты случайным образом делятся на две равные группы. Какова вероятность, что юристы попадут:
   а) в одну группу;
   б) в две группы поровну;
   в) в первую и вторую группы в отношении 3:1 соответственно?

5. Предприятие независимо заключает договор с тремя фирмами. Вероятность заключить договор с первой фирмой равна 0,8, со второй – 0,7, с третьей – 0,9. Какова вероятность заключить договор:
   а) хотя бы с одной фирмой;
   б) только с двумя фирмами;

в) не более, чем с одной фирмой?

6. Студент выучил 36 вопросов из 45. Какова вероятность, что он сдаст экзамен, если будет тянуть билет третьим?

7. Страховая компания разделяет клиентов по классам риска. К малому риску относятся 50% клиентов из числа застрахованных, к среднему риску – 30%, к большому риску – 20%. Вероятность наступления страхового случая для малого риска равна 0,01, для среднего – 0,03, для большого – 0,08. Какова вероятность, что:
а) клиент получит денежное вознаграждение за период страхования;
б) клиент, получивший страховку, относится к группе малого риска?

Примерные задания для внутрисеместровой контрольной работы №2.

1. Тест проверки знаний содержит 5 вопросов на разные темы. На каждый вопрос даны четыре варианта ответов, лишь один из которых правильный. Найти распределение СВДТ X – число правильных ответов, если отвечающий выбирает ответ случайно, не читая его содержание.

2. Игрок покупает билеты одной лотереи до первого выигрыша. Вероятность выигрыша по одному билету этой лотереи равна 0,2. Составить закон распределения СВДТ X – число купленных билетов, если он имеет возможность купить не более 5 билетов.

3. В группе из 19 студентов 9 девушек. Наудачу отбирают 5 студентов. Составить закон распределения СВДТ X – число девушек среди 5 отобранных студентов.

4. Составить закон распределения СВДТ X – число страниц с опечатками, если в книге 800 страниц, а вероятность того, что на странице будет опечатка равна 0,0025.

5. Бросается игральная кость. Найти вероятность того, что при шести бросках: а) ровно 4 раза выпадет число очков большее 4; б) от двух до четырех раз выпадет 6. Найти вероятность, что при 200 бросках: а) ровно 100 раз выпадет число очков от 2 до 5; б) от 75 до 100 раз выпадет число очков, большее 4-х.

Контрольные вопросы по темам курса для проработки лекционного материала, обсуждения и опроса на семинарских занятиях

3 семестр

Тема 1. Объект и предмет математической статистики. Этапы первичной обработки выборочных данных

1. Объект и предмет математической статистики: статистические совокупности и признаки. Примеры.

2. Операционализация понятия признак. Случайные величины и генеральные совокупности, ассоциированные со статистической совокупностью. Выборка из генеральной совокупности.
3. Упорядочивание реализации выборки по неубыванию, результатом чего является вариационный ряд.
4. Группировка членов вариационного ряда, результатом чего в зависимости от необходимого способа группировки являются либо дискретный статистический ряд, либо интервальный статистический ряд.
5. Построение расширенного статистического ряда. Описание данных путём интерпретации составляющих расширенных статистических рядов.
6. Способы представления данных, сгруппированных в дискретные и интервальные статистические ряды.
7. Формулы для вычисление выборочных числовых характеристик для данных, сгруппированных в дискретные статистические ряды: показателей центральной тенденции и структуры значений признака, показателей вариации значений признака и рассеяния значений признака относительно центра распределения.
8. Формулы для вычисление выборочных числовых характеристик для данных, сгруппированных в интервальный статистический ряд: показателей центральной тенденции и структуры значений признака, показателей вариации значений признака и рассеяния значений признака относительно центра распределения, показателей формы кривой распределения признака.

Тема 2. Основные определения и факты теории точечного и интервального оценивания основных параметров генеральной совокупности

1. Таблица генеральных числовых характеристик и их оценок.
2. Требования к точечным оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность.
3. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии и их свойства, сведенные в таблицу.
4. Доверительный интервал для генерального среднего при известной генеральной дисперсии: формула и нахождение коэффициента, настраивающего нужную надежность.
5. Доверительный интервал для генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии и достаточном объёме выборки: формула и нахождение коэффициента, настраивающего нужную надежность.
6. Доверительный интервал для генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии и малом объёме выборки: формула и нахождение коэффициента, настраивающего нужную надежность.
7. Доверительный интервал для генеральной доли значений признака, выделенных каким-либо условием: формула и нахождение коэффициента, настраивающего нужную надежность.
8. Доверительный интервал для генеральной дисперсии при неизвестном математическом ожидании: формула и нахождение коэффициента, настраивающего нужную надежность.

Тема 3. Методология проверки статистических гипотез. Проверка гипотез о значениях параметров генеральной совокупности (генерального среднего, генеральной дисперсии, генеральной доли значений признака, выделенных каким-

либо условием)

1. Этапы проверки статистических гипотез. Принципы формулирования основной и альтернативной гипотез: примеры пар гипотез.
2. Параметрические критерии проверки гипотез: принципы работы и формулы статистик критериев. Кривые законов распределения статистик критериев: нормальный, Стьюдента, хи-квадрат, Фишера.
3. Уровень значимости. Критическая область: факторы построения.
4. Формально-логический вывод о проверяемой гипотезе по результатам попадания или непопадания наблюдаемого значения статистики критерия в построенную критическую область.
5. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при известной генеральной дисперсии (все этапы проверки).
6. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и достаточном объёме выборки.
7. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и малом объёме выборки
8. Проверка гипотезы о значении генеральной доли (все этапы проверки).
9. Проверка гипотезы о значении генеральной дисперсии (все этапы проверки).

Тема 4. Проверка гипотез о равенстве значений одинаковых параметров двух генеральных совокупностей: генеральных средних, генеральных дисперсий, генеральных долей значений признака, выделенных каким-либо условием

1. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при известных генеральных дисперсиях (все этапы проверки).
2. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных равными (все этапы проверки).
3. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных неравными. Критерий Уэлча (все этапы проверки).
4. Проверка гипотезы о равенстве генеральных долей выделенных значений признака у двух генеральных совокупностей (все этапы проверки).
5. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух генеральных совокупностей (все этапы проверки).

Тема 5. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (критерий Стьюдента). Непараметрический критерий Манна-Уитни для сравнения средних двух генеральных совокупностей в случае независимых выборок. Непараметрический критерий Уилкоксона для сравнения средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок

1. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (тест Стьюдента для парных наблюдений).
2. Непараметрический критерий Манна-Уитни для проверки равенства средних двух генеральных совокупностей в случае

независимых выборок.

3. Непараметрический критерий Уилкоксона для проверки равенства средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок.

Тема 6. Проверка гипотезы о предполагаемом законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи- квадрат и других критериев согласия

1. Как определять теоретические вероятности и частоты, оценивая необходимые для этого параметры по выборке, для различных законов распределения дискретных случайных величин: биномиального, Пуассона, равномерного.
2. Как определять теоретические вероятности и частоты, оценивая необходимые для этого параметры по выборке, для нормального закона распределения непрерывных случайных величин.
3. Как осуществлять проверку гипотезы о нормальном законе распределения генеральной совокупности с помощью различных критериев согласия.
4. Как осуществлять проверку гипотезы о биномиальном законе распределения и законе распределения Пуассона с помощью критерия согласия хи-квадрат.
5. Как осуществлять проверку гипотезы о равномерном законе распределения (для количественных и качественных признаков) с помощью критерия согласия хи- квадрат.

Тема 7. Проверка гипотезы об отсутствии связи между двумя признаками с помощью критерия независимости хи-квадрат. Проверка гипотезы об однородности двух выборок с помощью критерия однородности хи-квадрат

1. Как определять теоретические частоты в рамках проверки гипотез о независимости признаков.
2. Как осуществлять проверку гипотезы о независимости признаков с помощью критерия независимости хи- квадрат.
3. Как определять теоретические частоты в рамках проверки гипотез об однородности двух выборок.
4. Как осуществлять проверку гипотез о совпадении законов распределения нескольких генеральных совокупностей с помощью критерия однородности хи-квадрат.

Тема 8. Элементы корреляционного анализа

1. Уметь определять коэффициент корреляции.
2. Уметь выбирать адекватный шкале данных коэффициент корреляции.
3. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции.
4. Коэффициент корреляции Пирсона r_p для двух признаков, значения которых выражены в шкале интервалов или в шкале отношений. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
5. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена r_s или Кендалла τ для двух признаков, значения которых выражены либо

для двух признаков в порядковой шкале, либо для одного – в порядковой шкале, для другого – в шкале интервалов/отношений, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.

6. Коэффициент $\boldsymbol{\varphi}$ для оценки корреляционной связи между двумя признаками с дихотомическими значениями. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности значений признаков путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции $\boldsymbol{\varphi}$: формула статистики и закон ее распределения.
7. Точечно-бисериальный коэффициент r_{pb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых выражены в интервальной шкале или шкале отношений, значения другого – дихотомические. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
8. Рангово-бисериальный коэффициент r_{rb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых дихотомические, значения другого выражены в номинальной или порядковой шкале, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
9. Коэффициент конкордации Кендалла W для оценки согласованности результатов индивидуального ранжирования n объектов k оценщиками. Определение статистической значимости вычисленного коэффициента конкордации W: формула статистики и закон ее распределения.

Планы семинарских занятий

3 семестр

Занятия 1, 2, 3. Семинары-практикумы по теме «Объект и предмет математической статистики. Признаки. Этапы первичной обработки выборочных данных»

Цель занятий 1, 2, 3: научиться определять и осуществлять необходимые способы группировки выборочных данных, научиться способам представления по-разному сгруппированных данных, научиться находить различные выборочные числовые характеристики.

1. Разобрать на примерах этапы работы с данными, требующими группировки в дискретный статистический ряд.
2. Разобрать на примерах этапы работы с данными, требующими группировки в интервальный статистический ряд.
3. Задачи на интерпретацию расширенных статистических рядов.
4. Задачи на нахождение числовых характеристик – показателей центра распределения и структуры распределения для данных, сгруппированных в дискретные и интервальные статистические ряды.
5. Задача на нахождение числовых характеристик – показателей вариации и рассеяния значений признака относительно центра распределения для данных, сгруппированных в дискретные и интервальные статистические ряды.

6. Задачи на нахождение числовых характеристик – показателей формы кривой распределения.

Занятия 4, 5. Семинары-практикумы по теме: «Основные определения и факты теории интервального оценивания»

Цель занятий 4, 5: научиться строить доверительные интервалы для генерального среднего при различных наличных условиях, для генеральной доли, для генеральной дисперсии. Уметь находить по таблицам коэффициенты, настраивающие нужные надежности

1. Задачи на вычисление интервальной оценки генеральной доли интересующих нас значений признака.
2. Задачи на вычисление интервальной оценки математического ожидания при различных данных.
3. Задача на вычисление интервальной оценки генеральной дисперсии.
4. Задачи на нахождение минимального необходимого объема выборки для построения доверительных интервалов заданной точности и надежности.

Занятия 6. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по теме «Этапы первичной обработки выборочных данных. Доверительные интервалы для генерального среднего, для генеральной доли, для генеральной дисперсии»

1. Задача на построение интервальной оценки генерального среднего при известной генеральной дисперсии.
2. Задача на построение интервальной оценки генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии.
3. Задача на построение интервальной оценки генеральной доли выделенных значений признака.
4. Задача на построение интервальной оценки генеральной дисперсии при неизвестном математическом ожидании.
5. Задача на поэтапную работу с данными, сгруппированными в дискретный статистический ряд.
6. Задача на поэтапную работу с данными, сгруппированными в интервальный статистический ряд.

Занятия 7, 8. Семинары-практикумы по теме: «Проверка гипотез о значении параметров одной генеральной совокупности»

Цель занятий 7, 8: научиться формулировать основную и альтернативную гипотезы; выбирать нужную статистику критерия; по виду альтернативной гипотезы, закону распределения статистики, уровню значимости находить критические точки распределения статистики критерия; делать выводы об отклонении или не отклонении основной гипотезы по взаимному расположению критической области и наблюдаемого значения статистики критерия

1. Научиться формулировать на различных примерах основную и альтернативную гипотезы.
2. Научиться выбирать нужную статистику критерия.
3. Научиться строить критические области с учетом факторов: вида альтернативной гипотезы, закона распределения статистики критерия и выбранного уровня значимости.
4. Научиться делать выводы об отклонении или не отклонении основной гипотезы по взаимному расположению критической области и наблюдаемого значения критерия.

5. Задачи на проверку гипотезы о значении генерального среднего.
6. Задача на проверку гипотезы о значении генеральной доли.
7. Задача на проверку гипотезы о значении генеральной дисперсии.

Занятия 9, 10. Семинары-практикумы по теме: «Проверка гипотез о равенстве значений параметров двух генеральных совокупностей»

Цель занятий 9, 10: учиться формулировать основную и альтернативную гипотезы; выбирать нужную статистику критерия; по виду альтернативной гипотезы, закону распределения статистики, уровню значимости находить критические точки распределения статистики критерия; делать выводы об отклонении или не отклонении основной гипотезы по взаимному расположению критической области и наблюдаемого значения критерия

1. Задачи на проверку гипотезы о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей.
2. Задачи на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей при известных генеральных дисперсиях.
3. Задачи на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных равными по результатам проверки гипотезы о равенстве генеральных дисперсий.
4. Задачи на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних при неизвестных дисперсиях, признанных неравными (тест Уэлча).
5. Задачи на проверку гипотезы о равенстве генеральных долей интересующих значений признака двух генеральных совокупностей.

Занятие 11. Внутрисеместровый контроль: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по теме «Проверка статистических гипотез»

Цель занятия 11: проверить знание соответствующих алгоритмов, демонстрирующих специфику рассматриваемой теории

1. Задача на проверку гипотезы о значении генерального среднего при известной дисперсии.
2. Задача на проверку гипотезы о значении генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии.
3. Задача на проверку гипотезы о значении генеральной доли значений признака, выделенных каким-либо условием.
4. Задача на проверку гипотезы о значении генеральной дисперсии.
5. Задача на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей при известных генеральных дисперсиях.
6. Задача на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных равных дисперсиях.
7. Задача на проверку гипотезы о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных неравных дисперсиях (тест Уэлча).
8. Задача на проверку гипотезы о равенстве генеральных долей выделенных значений признака двух генеральных

совокупностей.

9. Задача на проверку гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух генеральных совокупностей.

Занятие 12, 13. Семинары-практикумы по теме: «Проверка гипотез о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (критерий Стьюдента). Непараметрические критерии равенства генеральных средних двух генеральных совокупностей: Манна-Уитни в случае независимых выборок и Уилкоксона в случае зависимых выборок»

Цель занятий 12, 13: научиться применять параметрические и непараметрические критерии для проверки гипотез о равенстве средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых и независимых выборок

1. Независимые и зависимые выборки: рассмотрение ситуаций, в которых возникают независимые выборки и ситуаций, в которых возникают зависимые выборки.
2. Задачи на применение параметрического критерия Стьюдента для проверки гипотез о равенстве средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок.
3. Задачи на применение непараметрического критерия Уилкоксона для сравнения средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок.
4. Задачи на применение непараметрического критерия Манна-Уитни для сравнения средних двух генеральных совокупностей в случае независимых выборок.

Занятие 14. Семинар-практикум по теме: «Проверка гипотез о предполагаемом законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи-квадрат и других критериев согласия»

Цель занятия 14: научиться применять критерий согласия хи-квадрат для проверки гипотез о предполагаемом законе распределения: биномиальном, Пуассона, равномерном, нормальном

1. Научиться определять теоретические вероятности и частоты, оценивая необходимые для этого параметры по выборке, для различных законов распределения дискретных случайных величин: биномиального, Пуассона, равномерного.
2. Научиться определять теоретические вероятности и частоты для нормального закона распределения, оценивая необходимые для этого параметры по выборке.
3. Задача на применение критерия согласия хи-квадрат и других критериев для проверки гипотезы о нормальном законе распределения.
4. Задача на применение критерия согласия хи-квадрат для проверки гипотезы о законе распределения Пуассона.
5. Задача на применение критерия согласия хи-квадрат для проверки гипотезы о равномерном законе распределения.

Занятие 15. Семинары-практикумы по теме: «Проверка гипотез о независимости двух признаков с помощью критерия независимости хи-квадрат Проверка гипотез об однородности нескольких выборок с помощью критерия однородности хи-квадрат»

Цель занятия 15: научиться проверять гипотезы о независимости двух признаков с помощью критерия независимости хи-квадрат, научиться применять критерий однородности хи-квадрат для проверки гипотез о совпадении законов распределения нескольких генеральных совокупностей.

1. Задачи на проверку гипотезы о независимости признаков с помощью критерия независимости хи-квадрат.
2. Задачи на проверку гипотезы о совпадении законов распределения нескольких генеральных совокупностей с помощью критерия однородности хи-квадрат.

Занятия 16, 17, 18. Семинары-практикумы по теме: «Элементы корреляционного анализа»

Цель занятий 16, 17, 18: научиться выбирать адекватный шкалам данных коэффициент корреляции: коэффициент корреляции Пирсона только для интервальных и относительных шкал, для интервальных и порядковых шкал – ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендалла. Важно знать, что при наличии выбросов или распределений с двумя пиками, целесообразно использовать не выборочный коэффициент корреляции, а ранговый.

1. Уметь выбирать адекватный шкале данных коэффициент корреляции.
2. Задачи на нахождение коэффициента корреляции Пирсона $\boldsymbol{r_p}$ для двух признаков, значения которых выражены в шкале интервалов или в шкале отношений. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
3. Задачи на нахождение коэффициентов ранговой корреляции Спирмена r_s или Кендалла τ для двух признаков, значения которых выражены либо для двух признаков в порядковой шкале, либо для одного – в порядковой шкале, для другого – в шкале интервалов/отношений, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путём проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
4. Задачи на нахождение коэффициента $\boldsymbol{\varphi}$ для оценки корреляционной связи между двумя признаками с дихотомическими значениями. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции $\boldsymbol{\varphi}$: формула статистики и закон ее распределения.
5. Задачи на нахождение точечно-бисериального коэффициента r_{pb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых выражены в интервальной шкале или шкале отношений, значения другого – дихотомические. Определение наличия связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.
6. Задачи на нахождение рангово-бисериального коэффициента r_{rb} для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых дихотомические, значения другого выражены в номинальной или порядковой шкале, а затем ранжированы. Определение наличия связи между признаками на генеральной

совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициента корреляции: формула статистики и закон ее распределения.

7. Задачи на нахождение коэффициента конкордации Кендалла W для оценки согласованности результатов индивидуального ранжирования n объектов k оценщиками. Определение статистической значимости вычисленного коэффициента конкордации W: формула статистики и закон ее распределения.

Примерные задания для внутрисеместровой контрольной работы №1.

1. По данным выборки построить вариационный ряд, сгруппировать его члены в дискретный статистический ряд, построить расширенный ряд, интерпретировать результаты, представить данные всеми возможными способами, найти все необходимые выборочные числовые характеристики.
2. По данным выборки построить вариационный ряд, сгруппировать его члены в интервальный статистический ряд, построить расширенный ряд, интерпретировать результаты, представить данные всеми возможными способами, найти все необходимые выборочные числовые характеристики.
3. Средний возраст глав семейств по данным случайной выборки из 3704 семейств равен 51,07 года, а выборочное стандартное отклонение 20. Построить 97% доверительный интервал для среднего возраста всех глав семейств.
4. В ходе аудиторской проверки была проведена случайная выборка записей по счетам. В выборке из 500 записей 10 содержали некоторые ошибки в самой записи или процедуре. Найти доверительный интервал для доли ошибок во всей генеральной совокупности с надежностью 0,99.
5. По выборке объема 26 найдена исправленная выборочная дисперсия 3,24. Найти 95% доверительный интервал для генеральной дисперсии.

Примерные задания для внутрисеместровой контрольной работы №2.

1. В двух фирмах, выпускающих детское питание, производилась оценка качества продукции. В фирме А, где проверялось 36 единиц продукции, средняя сумма баллов составила 52 балла с исправленным стандартным отклонением балльной оценки 5. В фирме В проверялось 30 единиц продукции, и средняя сумма баллов оказалась равной 47 с исправленным стандартным отклонением балльной оценки 8. Проверить на уровне значимости 0,05, действительно ли фирма А выпускает лучшую продукцию?
2. Новое лекарство, изобретенное для лечения атеросклероза, должно пройти экспериментальную проверку для выяснения возможных побочных эффектов. В ходе эксперимента лекарство принимали 4000 мужчин и 5000 женщин. Результаты выявили, что 60 мужчин и 100 женщин испытывали побочные эффекты при приеме нового медикамента. Можно ли на уровне значимости 0.01 утверждать, что побочные эффекты нового лекарства в большей степени проявляются на женщинах, чем на мужчинах?
3. В одном из журналов утверждается, что средний ночной сон студентов не превышает 5 часов. С целью проверки этого утверждения была осуществлена выборка объёма 26, при этом среднее значение признака оказалось равным 6,2 часа со

стандартным отклонением 1,4 часа. Можно ли считать утверждение верным на уровне значимости 0,05?

4. Фирма утверждает, что контролирует 40% регионального рынка. Проверить справедливость этого утверждения на уровне значимости 0,05, если из 310 опрошенных услугами этой фирмы пользуются 110 человек.
5. Известно, что среднее значение IQ теста среди молодежи и взрослого населения равно 100 баллов со стандартным отклонением 15 баллов. С целью проверки гипотезы о значении генеральной дисперсии мы осуществили случайную выборку из 17 человек и вычислили для нее исправленное стандартное отклонение, равное 19,5. Есть ли на уровне значимости 0,05 основание считать, что стандартное отклонение генеральной совокупности отличается от 15?
6. Независимому статистику поручено проверить информацию маркетинговой службы некоторого турбюро о том, что 70% клиентов выбирают в качестве формы обслуживания полупансион. Статистик провёл опрос 150 туристов, среди которых полупансион предпочли 84 человека. К какому выводу пришёл статистик на уровне значимости 0.05?
7. Инвестор считает вложения в активы с дисперсией доходности более 0,04 слишком рискованными. За последние 7 лет выборочная исправленная дисперсия доходности составила 0,06 у актива «А». Следует ли делать вложения в актив «А», принимая решение на уровне значимости 0,05?
8. Преподаватель считает, что студенты факультета ВМиК могут написать компьютерную программу быстрее, чем студенты мехмата. Двенадцать студентов ВМиК, попавшие в выборку, потратили в среднем по 36 минут, чтобы написать и отладить определённую программу. Восемнадцать студентов мехмата справились с тем же заданием в среднем за 39 минут. Исправленное стандартное отклонение каждой группы равно 4 и 9 минут соответственно. На уровне значимости 0,05 проверить предположение преподавателя.
9. В книжном магазине проведено исследование продаж двух книжных новинок. В течение 10 рабочих дней первый роман продавался ежедневно по 57 экземпляров со средним квадратическим отклонением 12 экземпляров; второй роман – в среднем по 62 экземпляра, со средним квадратическим отклонением 17. Можно ли утверждать на уровне значимости 0,1, что второй роман расходится лучше первого.
10. Для оценки качества изделий, изготовленных двумя заводами, взяты выборки по 200 и 300 изделий. В этих выборках оказалось соответственно 20 и 15 бракованных изделий. Проверить на уровне значимости 0,05: действительно ли один из заводов производит больше брака?

Тест

1. По выборке построен расширенный интервальный статистический ряд, в котором имеется пропуск.

[10;13)	[13;16)	[16;19)	[19;22)	[22;25)	[25;28]
12	13	25	18	26	6
12	25	50	68		100
0,12	0,13	0,25	0,18	0,26	0,06

0,12	0,25	0,5	0,68	0,94	1

Устраните его:
а) 78;
б) 96;
в) 94;
г) 86.

2. В представленном расширенном интервальном статистическом ряду модальным интервалом является:
а) [19;22);
б) [22;25);
в) [16;19);
г) [25;28].

3. В представленном расширенном интервальном ряду медианным интервалом является:
а) [19;22);
б) [22;25);
в) [16;19);
г) [13;16).

4. В представленном расширенном интервальном ряду доля значений признака, меньших 22 равна:
а) 0,18;
б) 0,68;
в) 0,25;
г) 0,5.

5. В представленном расширенном интервальном ряду доля значений признака, не меньших 22 равна:
а) 0,26;
б) 0,68;
в) 0,94;
г) 0,32

6. В представленном расширенном интервальном ряду доля значений признака, не меньших 16 равна:
а) 0,75;

б) 0,68;
в) 0,13;
г) 0,25.

7. Какой показатель центральной тенденции предпочтительно применять при наличии выбросов:
а) среднее;
б) мода;
в) медиана;
г) не имеет значения.

8. Если выборочная дисперсия равна 121, а объём выборки 12, то исправленная выборочная дисперсия равна:
а) 132;
б) 110;
в) 109;
г) 100.

9. Какое из следующих свойств точечных оценок параметров генеральной совокупности является обязательным:
а) эффективность;
б) состоятельность;
в) несмещенность;
г) все перечисленные.

10. Ширина доверительного интервала зависит от:
а) объема выборки;
б) выбранной надежности;
в) стандартного отклонения выборки;
г) всего вышеперечисленного.

11. При построении какого доверительного интервала требуется выборка в несколько сотен:
а) для генеральной доли;
б) для генерального среднего;
в) для генеральной дисперсии;
г) для всего вышеперечисленного.

12. Вид критической области значений статистики критерия при проверке статистических гипотез определяется:
а) законом распределения статистики критерия;
б) знаком альтернативной гипотезы;
в) выбранным уровнем значимости;
г) наблюдаемым значением статистики критерия.

13. Квантиль уровня 0,975 стандартного нормального распределения имеет значение:
а) 1,96;
б) 1,64;
в) -1,96;
г) -1,64.

14. Квантиль уровня 0,01 стандартного нормального распределения имеет значение:
а) 1,96;
б) -1,28;
в) -2,32;
г) 2,58.

15. Квантиль уровня 0,01 распределения Стьюдента с 24 степенями свободы имеет значение:

а) 2,06;
б) -2,49;
в) -1,71;
г) 3,74.

16. Квантиль уровня 0,95 распределения Стьюдента с 19 степенями свободы имеет значение:
а) 2,09;
б) -2,09;
в) -1,73;
г) 1,73.

17. Правая критическая точка распределения хи-квадрат с 7 степенями свободы в случае двусторонней критической области при уровне значимости 0,05 равна:
а) 16,0;
б) 14,1;

в) 2,17;
г) -1,69.

18. При проверке гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей используется статистика критерия, распределенная по закону:
а) хи-квадрат;
б) Стьюдента;
в) Фишера-Снедекора;
г) стандартному нормальному.

19.Критерии хи-квадрат не используются при проверке гипотез:
а) о виде закона распределения;
б) об однородности двух выборок;
в) о независимости двух признаков;
г) о равенстве средних двух нормальных генеральных совокупностей.

20. Какой из критериев не является непараметрическим:
а) Манна - Уитни;
б)Уилкоксона;
в) Уэлча;
г) Крускала - Уоллиса.

7.1.2 Самостоятельная работа

1. Указать множество всех подмножеств множества A= {1,2,3}.
2. Построить график функции: y= 2cos(x-π/4).
3. Найти пять первых членов числовой последовательности, и отметить в координатной плоскости:
   $y= 2+(-1/2)^n$
4. Дана последовательность x_n =(3n+1)/3n. Выясните, монотонна ли эта последовательность. Определите характер монотонности (возрастающая, убывающая).
5. Выясните, существует ли такой числовой промежуток [a,b], a,b⊆R, которому принадлежат все члены последовательности:

   a_n = (2n-1)/(n+2)

6. Используя определение предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+1}{10n} = 0.3$

7. Вычислите пределы последовательностей:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{8n^2-2n+1}{10n^2}$;

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{10n^2}$;

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{12n^3-2n+1}{15n}$;

8. Вычислите предел последовательности:

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{3n}$.

9. Найти пределы функций:

a. $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$$

b. $$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^3-x^2+4}{-7x^3+x}$$

c. $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+6x}{e^{3x}}$$

10. Исследуйте функцию на непрерывность, установите характер точек разрыва и постройте график:

a. $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \text{ при } x < 0, \\ x \text{ при } 0 \le x < 2, \\ 2 \text{ при } 2 \le x < 5, \\ \sin(x-5) \text{ при } x \ge 5. \end{cases}$$

11. Исследуйте функцию и постройте график

$$y = \frac{4x^2}{1 - x}.$$

12. Задачи на применение правила произведения из комбинаторики

Решать по алгоритму из 3-х пунктов:

1) записываем в фигурных скобках элементы одного множества или нескольких множеств, из которых будем выбирать элементы для заполнения ячеек упорядоченных строк;

2) формируем упорядоченную строку (..., ..., . . . , ...) нужной длины в соответствии с условием задачи;

3) применяем схему для правила произведения.

1. В первом отделении работают 18 человек, во втором – 20, в третьем – 9. Президент компании должен выбрать менеджера и ассистента менеджера
   а) в каждом из трех отделений;
   б) в одном из трех отделений.
   Сколько у него возможностей в каждом случае?
2. Сколько четырехзначных четных чисел можно составить, если цифры в числе:
   а) могут повторяться;
   б) не могут повторяться?
3. Сколько есть семизначных чисел, в каждом из которых:
   1) нет одинаковых цифр, а вторая и пятая цифры четные;
   2) нет одинаковых цифр, и при этом число четное, а первая, третья и пятая цифры нечетные?
4. На полке стоят 5 книг в черных переплетах, 6 книг в синих, 4 книги в красных переплетах. Все книги разные. Сколько можно составить:
   1) перестановок из этих книг;
   2) различных перестановок из этих книг, если принимать во внимание только цвет книг, но не их содержание;
   3) перестановок, чтобы книги одинаковых цветов стояли рядом?
5. На полке стоят 10 книг в черных переплетах, 7 книг в синих переплетах, 12 книг в красных переплетах. Все книги разные. Сколько можно составить перестановок:
   1) чтобы книги одинаковых цветов стояли рядом;
   2) чтобы книги только двух одинаковых цветов стояли рядом примыкающими блоками;
   3) чтобы книги только одного цвета стояли рядом?
6. 30 спортсменов жеребьёвкой определяют порядок своего выступления на соревновании. Сколько существует вариантов распределения между ними порядковых номеров для выступления, чтобы:
   1) между спортсменами "А" и "В" выступали любые 18;

2) между спортсменами "A" и "B" выступали любые 6, а между "B" и "C" любые 12 (Примечание: "B" между двумя другими);
3) между спортсменами "A" и "B" выступали любые 5, а между "B" и "C" любые 15 (Примечание: рассмотреть любую возможную расстановку объектов)?

13. Задачи на применение правила произведения и понятия сочетаний из комбинаторики:

1. На 6 сотрудников выделены 4 путевки в санаторий. Сколькими способами их можно распределить, если:
   1) все путевки в один санаторий;
   2) все путевки в разные санатории?
2. 17 сотрудников фирмы должны быть распределены по трем проектам. На реализацию первого проекта должно быть направлено 5 сотрудников, второго – 8, третьего – 4. Сколько имеется вариантов такого распределения сотрудников?
3. Студотряд из 20 человек надо разбить на 4 равных бригады с бригадиром во главе каждой. Сколько вариантов такого разбиения существует?
4. Сколькими способами можно рассадить 10 человек в три автомашины, если первая машина – пятиместная, вторая – четырехместная, третья – двухместная?
5. На Международной научной конференции собрались ученые из 9 стран (в каждой делегации не менее 12 человек). В культурной программе конференции есть экскурсия по местным достопримечательностям. Сколькими способами может быть составлена группа, чтобы заполнить комфортабельный микроавтобус на 12 пассажирских мест?
6. В урне 12 белых, 8 синих и 7 красных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них:
   1) было 5 белых;
   2) все были одного цвета;
   3) не было синих;
   4) было 2 белых, 2 синих и 1 красный?
7. При игре в лотерею "6 из 49" сколькими способами можно зачеркнуть цифры, чтобы отгадать:
   1) 1 цифру;
   2) 4 цифры;
   3) все цифры?
8. На Международной научной конференции собрались ученые из 9 стран (в каждой делегации не менее 12 человек). В культурной программе конференции есть экскурсия по местным достопримечательностям. Сколькими способами может быть составлена группа, чтобы заполнить комфортабельный микроавтобус на 12 пассажирских мест?
9. 260 изделий, имеющихся на складе, случайным образом делятся на две группы в отношении 7:6 и отправляются двум заказчикам – 1-му и 2-му соответственно. Среди изделий имеется 18 бракованных. Сколько способов поделить изделия на две группы существует, чтобы 18 бракованных изделий попали:
   1) одному заказчику;

2) двум заказчикам поровну;
3) первому и второму заказчикам в отношении 5:4 соответственно?

14. Задачи на нахождение вероятностей событий в опытах с однотипными зависимые испытаниями

Последовательный выбор объектов из совокупности с известным количеством объектов, обладающих теми или иными свойствами.

1. В урне 2 белых и 4 черных шара. Два игрока достают из этой урны поочередно по одному шару, не возвращая извлеченный шар обратно. Найти вероятность того, что
   1) первым достанет белый шар игрок, начавший игру;
   2) первым достанет белый шар второй игрок?
2. Студент выучил 20 билетов из 25. Когда вероятность сдать экзамен у него будет большей, когда он будет тянуть билет первым или вторым, или третьим?
3. Из цифр {1,2,3,4,5,6,7,8,9} выбирается одна, а затем из оставшихся цифр – вторая. Найти вероятность, что:
   1) получившееся в результате число будет четным;
   2) первой была выбрана нечетная цифра?

15. Задачи на нахождение вероятностей событий в опытах с различными зависимыми испытаниями

1) на нахождение вероятностей событий, которые могут наступить во втором из двух различных зависимых испытаний (задачи на полную вероятность);

2) на нахождение условных вероятностей событий, которыми могло закончиться первое из двух различных зависимых испытаний, при условии, что во втором испытании наступило событие, для которого искали полную вероятность (на применение формулы Байеса).

1. Из 10 лотерейных билетов 3 выигрышных. При подготовке вечера 2 билета потеряли, и было решено добавить 1 выигрышный.
   1) Какой стала вероятность вытянуть два выигрышных билета?
   2)Какая вероятность, что потеряны были два выигрышных билета? Один выигрышный и один невыигрышный? Два невыигрышных?
2. Еженедельно бассейн посещают четверо детей из детского сада и пятеро первоклассников. Двое детей заболели и не придут в бассейн. Среди пришедших наудачу разыгрывается приз. Какова вероятность, что
   1) приз достанется первокласснику;
   2) если приз достанется первокласснику, то какова вероятность, что среди заболевших хотя бы один первоклассник?
3. В первом ящике 5 белых и 7 черных шаров, во втором – 8 белых и 5 черных. Из первого ящика наудачу выбрали два шара и переложили во второй. После этого из второго ящика наудачу выбрали три шара. Какова вероятность того, что:
   1) из второго ящика выбрали три белых шара;

2) при этом из первого ящика переложили два белых? Два черных? Два разноцветных? Два шара одинакового цвета?

16. Задачи на нахождение вероятностей событий в опытах с одинаковыми независимыми испытаниями (в опытах, удовлетворяющих схеме Бернулли)
    1. Статистика аудиторских проверок компании утверждает, что вероятность обнаружения ошибки в каждом проверяемом документе равна 0,1. Какова вероятность того, что из 10 проверяемых документов большинство будет без ошибок?
    2. Зачетная работа по предмету состоит из 6 задач, при этом зачет считается сданным, если студент решил хотя бы 3 задачи. Студент может решить любую задачу с вероятностью 0,6. Какова вероятность того, что он сдаст зачет?
    3. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: а) выигрыш одной партии из двух или двух партий из четырех; б) выигрыш не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? Ничьи во внимание не принимаются.
    4. Мастер и ученик играют в шахматный матч. Мастер побеждает в матче, если он выиграл все партии, ученик побеждает в матче, если он выиграл хотя бы одну партию. Из какого числа партий должен состоять матч, чтобы шансы на победу у мастера и ученика были равны, если вероятность победы мастера в одной партии равна 0,9, а у ученика – 0,1?
    5. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появились три «единицы»?
    6. В некотором многочисленном сообществе 5% левшей. Каков должен быть объём случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одного левшу была не менее 0,95?
    7. Среди облигаций займа половина выигрышных. Сколько облигаций займа нужно взять, чтобы быть уверенным в выигрыше хотя бы на одну облигацию с вероятностью, большей 0,95.

17. Задачи на применение асимптотических формул в схеме Бернулли
    1. 900 раз бросается игральная кость. Какова вероятность, что число очков, кратное 3 появится:
       а) ровно 280 раз;
       б) от 250 до 330 раз?
    2. Среди производимых изделий в среднем 0,2% бракованных. Какова вероятность, что случайно отобранных 200 изделий:
       1) не найдется бракованной;
       2) будет ровно две бракованных;
       3) будет от 3-х до 6-ти бракованных?
    3. Сборник задач содержит 600 задач с ответами. В каждом ответе может быть ошибка с вероятностью 0,01. Какова вероятность, что для 99% всех задач сборника ответы даны без ошибок?
    4. При наборе текста наборщик делает ошибку в слове с вероятностью 0,0001. Какова вероятность того, что в набранной книге, насчитывающей 50000 слов, будет не более 5 ошибок?
    5. Каждый из 100 компьютеров в интернет-кафе занят клиентами в среднем в течении 80% рабочего времени. Какова

вероятность того, что в некоторый момент клиентами будет занято
а) от 70 до 90 компьютеров;
б) не менее 80 компьютеров?

18. Задачи на нахождение наиболее вероятного числа успешных испытаний в опытах, удовлетворяющих схеме Бернулли
    1. Проводится 12 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
    2. Игральная кость бросается 16 раз. Найти наиболее вероятное число бросаний, в которых выпало число очков, кратное трем, и вычислить его вероятность.
    3. Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число появлений четного числа очков составило 6?
    4. Сколько надо сделать выстрелов с вероятностью попадания в цель 0,7, чтобы наивероятнейшее число попаданий в цель составило 15?

19. Задачи по теме Законы распределения случайных величин дискретного типа
    1. Вероятность того, что лотерейный билет окажется выигрышным, равна 0,2. Куплено 5 билетов. Составить закон распределения вероятностей СВДТ X – число выигрышных билетов из числа 5 купленных. Найти по специфическим формулам M(X) и D(X).
    2. Вероятность того, что в справочнике имеется нужная информация, равна 0,8. Найти закон распределения СВДТ X – число справочников, которые просмотрел студент в поисках нужной информации, но в которых при этом информации не нашел, если в его распоряжении было только 5 справочников. (Внимание! если информация найдена, следующий справочник уже не смотрит)
    3. Среди 100 деталей 15 имеют дефекты. Случайны образом отбирают 7 деталей. Составит закон распределения СВДТ – число стандартных деталей в выборке.
    4. В банк отправлено 5000 пакетов денежных знаков. Вероятность, что любой такой пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков, равна 0,0001. Составить закон распределения вероятностей СВДТ X – число ошибочно укомплектованных пакетов из 5000. Какова вероятность, что ошибочно укомплектовано не более 3 пакетов?

20. Задачи по описательной статистике
    1. При изучении некоторого признака в результате 40 независимых наблюдений получена выборка:
       10, 13, 10, 9, 9, 12, 12, 6, 7, 9, 8, 9, 11, 9, 14, 13, 9, 8, 8, 7, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 8, 7, 9, 10, 14, 13, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12.
       Составить вариационный ряд выборки, ранжировать члены вариационного ряда, составить дискретный статистический ряд, составить расширенный дискретный статистический ряд и описать данные путем интерпретации его компонент, графически представить данные с помощью столбиковой диаграммы, полигона частот, кумуляты дискретного

статистического ряда. Вычислить числовые характеристики выборки: выборочное среднее, выборочную моду, выборочную медиану, выборочные квартили, размах выборки, интерквартильный размах, выборочную дисперсию, выборочное стандартное отклонение.

2. В результате 50 независимых измерений некоторой случайной величины (непрерывного признака) получены данные: 2,2; 5,3; 3,4; 4,5; 5,1; 3,4; 4,3; 2,7; 3,5; 5,8; 2,3; 4,4; 4,7; 2,1; 4,8; 3,6; 3,5; 4,2; 5,7; 3,7; 4,2; 3,4; 4,3; 3,4; 4,3; 4,1; 5,3; 4,8; 5,1; 2,4; 3,7; 4,3; 5,6; 4,5; 3,4; 3,2; 4,6; 3,6; 4,2; 4,1; 5,5; 4,6; 4,8; 4,5; 4,3; 4,8; 3,9; 3,8; 5,9; 5,1.
   Составить вариационный ряд выборки, , составить интервальный статистический ряд, составить расширенный интервальный статистический ряд и описать данные путем интерпретации его компонент, графически представить данные с помощью гистаграммы плотностей относительных частот, полигона плотностей относительных частот, кумуляты интервального статистического ряда. Вычислить числовые характеристики выборки: выборочное среднее, выборочную моду, выборочную медиану, выборочные квартили, выборочные квантили различных уровней – как аналитически, так и графически, размах выборки, интерквартильный размах, выборочную дисперсию, выборочное стандартное отклонение.

21. Задачи на построение доверительных интервалов
    1. У 49 студентов университета, прошедших тест IQ, средний балл был 115. Из предыдущих исследований известно, что стандартное отклонения баллов теста IQ равняется 15. Построить 96% доверительный интервал для среднего балла теста IQ студентов университета.
    2. По результатам неофициального опроса руководителей предприятий 125 из 300 случайно отобранных директоров заявили, что используют различные схемы для ухода от уплаты налогов. Найти доверительный интервал, который с вероятностью 99% будет содержать значение доли всех предприятий, уклоняющихся частично от уплаты налогов.
    3. По выборке объема 23 найдено исправленная дисперсия 25. Построить 95% доверительный интервал для генеральной дисперсии значений признака.

22. Задачи на поверку статистических гипотез о значении параметра генеральной совокупности
    1. Главный врач крупной клиники сообщил, что служащие пропускают по причине болезни 50 часов в год. Клиника ввела программу физической подготовки своих сотрудников, чтобы уменьшить количество пропусков по причине болезни. По прошествии года выборка из 26 служащих показала, что они пропустили в среднем 42 часа рабочего времени, стандартное отклонение выборки равно 4 часам. Проверить на уровне значимости 0,01, уменьшила ли программа количество пропусков.
    2. Независимому статистику поручено проверить информацию маркетинговой службы некоторого турбюро о том, что 65% клиентов выбирают в качестве формы обслуживания полупансион. Статистик провёл опрос 160 туристов, среди которых полупансион предпочли 88 человек. К какому выводу пришёл статистик на уровне значимости 0.05?
    3. Партия изделий принимается, если дисперсия размеров не превышает 0,2 кв. мм. Исправленное выборочное стандартное отклонение для выборки из 24 изделий оказалось равным 0,58 мм. Проверить, можно ли принять партию при уровне

значимости 0,025?

23. Задачи на поверку статистических гипотез о равенстве значений одинаковых параметров двух генеральных совокупностей

1. Отделение налоговой инспекции потратило в среднем по 28 минут на то, чтобы помочь каждому из 16 человек заполнить налоговую декларацию. Стандартное отклонение равно при этом 3 минуты. Аудиторская фирма при заполнении налоговых деклараций потратила на каждого из 12 человек в среднем по 22 минуте со стандартным отклонением 5 минут. На уровне 0,05 проверить, есть ли разница во времени?
2. Из 150 выпускников одного факультета по специальности работают 95 человек, из 250 выпускников другого факультета – только 135. Есть ли различие в долях работающих по специальности выпускников двух факультетов на уровне значимости 0, 005?
3. В двух фирмах, выпускающих детское питание, производилась оценка качества продукции. В фирме А, где проверялось 25 единиц продукции, средняя сумма баллов составила 54 балла с исправленным стандартным отклонением балльной оценки 5. В фирме В проверялось 15 единиц продукции, и средняя сумма баллов оказалась равной 48 с исправленным стандартным отклонением балльной оценки 7. Проверить на уровне значимости 0,05, действительно ли фирма А выпускает лучшую продукцию?
4. Новое лекарство, изобретенное для лечения атеросклероза, должно пройти экспериментальную проверку для выяснения возможных побочных эффектов. В ходе эксперимента лекарство принимали 4500 мужчин и 5050 женщин. Результаты выявили, что 68 мужчин и 130 женщин испытывали побочные эффекты при приеме нового медикамента. Можно ли на уровне значимости 0.01 утверждать, что побочные эффекты нового лекарства в большей степени проявляются на женщинах, чем на мужчинах?

7.2. Оценочные средства по промежуточной аттестации

Список вопросов для подготовки к зачёту (1 семестр):

1. Понятие множества, способы задания множеств. Конечные и бесконечные множества.
2. Свойства операций объединения и пересечения множеств. Алгебра множеств.
3. Действительные числа. Счетные и несчетные подмножества множества действительных чисел.
4. Функция как закон соответствия между множествами. Способы задания функций.
5. Основные свойства функций.
6. Обратные функции. Основные элементарные функции и обратные к ним.
7. Сложные функции.
8. Построение графиков функций методом преобразований.
9. Последовательность как функция натурального аргумента.
10. План исследования последовательностей с целью выявления у них свойств ограниченности и монотонности.

11. Предел последовательности. Определение предела последовательности на языке «ε» — «N».
12. Геометрический смысл предела последовательности.
13. Неограниченные и бесконечно большие последовательности.
14. Бесконечно малые последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.
15. Теорема о единственности предела последовательности. Теоремы о пределах последовательностей.
16. Определение предела функции на бесконечности и его геометрический смысл.
17. Определение предела функции в точке на языке «ε» – «δ». Геометрический смысл предела функции в точке.
18. Техника нахождения пределов функций.
19. Результаты подстановки предельного значения аргумента в аналитическое выражение функции, не приводящие к появлению неопределенности.
20. Теоремы о пределах функций.
21. Способы раскрытия неопределенностей различных видов.
22. Первый замечательный предел и его применение к раскрытию неопределенностей.
23. Второй замечательный предел и его применение к раскрытию неопределенностей.
24. Сравнение бесконечно малых.
25. Применение эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределенностей вида $0/0$. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
26. Различные определения непрерывности функции в точке.
27. Односторонние пределы функции в точке.
28. Теоремы о свойствах непрерывных функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций в каждой точке их области определения.
29. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы о свойствах непрерывных функций на отрезке: первая и вторая теоремы Вейерштрасса, первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
30. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва: разрывы 1-го и 2-го рода.
31. Понятие и определение производной. Определение дифференцируемой функции.
32. Геометрический смысл производной.
33. Нахождение производных от основных элементарных функций. Таблица производных.
34. Правила нахождения производной суммы, произведения и частного функций, степенно-показательной функции, логарифмического выражения, частного, в числителе и знаменателе которого стоит произведение нескольких функций.
35. Производная от обратной функции. Производная сложной функции.
36. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞.
37. Понятие о дифференциале функции. Геометрический смысл дифференциала функции.
38. Таблица дифференциалов. Правила нахождения дифференциалов.
39. Применение производной к исследованию функций.

40. Исследование функций с целью построения графиков функций.
41. Понятие о первообразной функции.
42. Определение и свойства неопределенного интеграла.
43. Таблица неопределенных интегралов функций, являющихся производными основных элементарных функций.
44. Метод непосредственного интегрирования.
45. Интегрирование методом замены переменной (метод подстановки).
46. Метод интегрирования по частям.
47. Задача нахождения площади криволинейной трапеции.
48. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
49. Свойства определенного интеграла.
50. Теорема о среднем значении определенного интеграла на отрезке.
51. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу.
52. Формула Ньютона - Лейбница.
53. Замена переменной в определенном интеграле.
54. Интегрирование по частям.
55. Геометрические приложения определенного интеграла.
56. Несобственные интегралы первого рода – интегралы с бесконечными промежутками интегрирования.
57. Несобственные интегралы второго рода – интегралы от неограниченных (терпящих бесконечный разрыв на промежутке интегрирования) функций.

Практические задания.

1. Найдите $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+6x}{e^{3x}}$.
2. Найдите точки разрыва и асимптоты функции $y = x^2 + \dfrac{|x-1|}{x-1}$.
3. Найдите интеграл $\int (2x^2+1)^3 x dx$.

4. Найдите $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{e^x-e^2}{x-2}$.

5. Найдите интеграл $\int \sin(3x+1)dx$.

6. Найдите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{tgx}$.

7. Найдите интеграл $\int \sin^2 x\cos x dx$.

8. Найдите интеграл $\int\left(\sqrt{x}-\dfrac{2}{x^3}+\dfrac{3}{x}\right)dx$.

9. Найдите точки разрыва и асимптоты функции $y=\dfrac{4x^2}{1-x}$.

10. Найдите интеграл $\int\left(3+e^{-x}\right)dx$.

11. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2}{n^2+2}$.

12. Найдите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cos x}{\cos x-1}$.

13. Найдите $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

14. Найдите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}$.

15. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} + 1$.

16. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+3+5+...+(2n-1)}{n+3} - n \right)$.

17. Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{\ln(1+x)}$.

18. Найдите точки разрыва и асимптоты функции $y = 2 + \dfrac{x+1}{|x+1|}$.

19. Найдите интеграл $\int x \ln(1+x^2)dx$.

20. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \dfrac{7}{n}\right)^n$.

21. Найдите интеграл $\int 2xe^{-x}dx$.

22. Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin 3x}{\ln(1+x)}$.

23. Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+16} - 4}{x^2}$.

24. Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+25} - 5}$.

25. Найдите $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$.

26. Найдите $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2\ln(1 + x)}{\sin 4x}$.

27. Найдите $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{2n^2 + 3n + 1}{n^2 + 3}$.

Список теоретических вопросов для подготовки к зачету (2 семестр):

1. Комбинаторика: основные принципы, понятия и формулы (обзор).
2. Принцип произведения как универсальный способ подсчета числа упорядоченных соединений. Примеры решения задач.
3. Упорядоченные соединения: размещения с повторениями и размещения без повторений. Примеры решения задач.
4. Упорядоченные соединения: перестановки порядка n и перестановки n элементов, только k из которых различны. Примеры решения задач.
5. Неупорядоченные соединения: сочетания и сочетания с повторениями. Примеры решения задач.
6. Объект и предмет теории вероятностей.
7. Основные понятия теории вероятностей: опыт, исходы опыта, пространство элементарных исходов. Примеры.
8. Основные определения теории вероятностей: случайные события, благоприятствующие исходы, совместные и несовместные события. Примеры.
9. Три типа классификации событий: по возможности наступления, по составу, по количеству благоприятствующих исходов.
10. Множество всех событий, связанных с опытом, имеющим n исходов, его мощность. Операции над событиями. Алгебра событий.
11. Метод определения вероятностей событий, основанный на постулатах (в опытах с конечным числом исходов).
12. Важнейшие свойства вероятностей.
13. Классический метод определения вероятностей (в опытах с конечным числом равновозможных исходов).
14. Зависимые и независимые события. Определение условной вероятности событий и следствие из него.
15. Полная вероятность.
16. Формула Байеса.
17. Биномиальная схема Бернулли: n однотипных независимых испытаний с двумя альтернативными результатами.
18. Применение формулы Бернулли при решении двух основных задач в биномиальной схеме Бернулли.
19. Применение формулы Пуассона при решении двух основных задач в схеме Бернулли.

20. Применение формул Муавра-Лапласа при решении двух основных задач в схеме Бернулли.
21. Наиболее вероятное число «успехов» - появлений ожидаемого события A, вероятность которого постоянна и равна p в каждом из n испытаний опыта, удовлетворяющего схеме Бернулли.
22. Полиномиальная схема Бернулли: n однотипных независимых испытаний с m альтернативными результатами.
23. Случайная величина как функция, ее область определения и область значений. Примеры.
24. Классификация случайных величин по типу структуры множества их возможных значений: СВДТ и СВНТ.
25. Способы задания СВДТ.
26. Специфика СВНТ. Функция плотности распределения вероятностей f(x) как способ задания СВНТ. Свойства функции плотности f(x).
27. Функция распределения вероятностей F(x): ее определение и свойства.
28. Математическое ожидание СВДТ: определение и свойства.
29. Математическое ожидание СВНТ. Примеры нахождения.
30. Дисперсия СВДТ: определение и свойства.
31. Дисперсия СВНТ. Примеры нахождения.
32. Биномиальное распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной биномиальному закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
33. Геометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной геометрическому закону и геометрическому закону, сдвинутому на единицу, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
34. Гипергеометрическое распределение вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной гипергеометрическому закону, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
35. Закон Пуассона распределения вероятностей СВДТ: условия возникновения случайной величины, подчиненной закону Пуассона, таблица соответствия возможных значений и их вероятностей, параметры закона, специфические формулы основных числовых характеристик.
36. Диаграмма основных задач теории СВНТ как план изучения законов распределения СВНТ.
37. Равномерное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал, основные числовые характеристики.
38. Показательное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал, основные числовые характеристики.
39. Нормальное распределение вероятностей СВНТ: функция плотности, функция распределения, вероятность попадания случайной величины в произвольный интервал, основные числовые характеристики.
40. Правило «три сигма» для нормального распределения вероятностей.

Практические задания:

1. В составе 18 вагонов. 25 человек независимо покупают билеты на этот поезд. Какова вероятность:
   1) в каждый вагон купит билет хотя бы один человек;
   2) все купят билеты в один вагон;
   3) все купят билеты в 5-й вагон?
2. 20 спортсменов по жребию выбирают порядковые номера для выступления. Какова вероятность, что в результате жеребьевки между определенными спортсменами А и В будут выступать любые 8?
3. Студент выучил 32 вопроса из 40. Когда вероятность сдать экзамен будет больше, если студент будет тянуть билет первым или вторым?
4. 40 спортсменов, участвующих в соревновании, по жребию делятся на две команды. Какова вероятность, что 8 наиболее сильных из них:
   1) окажутся в одной команде;
   2) в двух командах поровну?
5. Учащиеся трех классов случайным образом становятся в шеренгу. В классе «А» 30 учащихся, «Б» - 28, «В» - 29. Какова вероятность, что:
   1) все учащиеся каждого из трех классов окажутся рядом;
   2) все учащиеся любых двух классов будут стоять рядом;
   3) все учащиеся одного любого класса будут стоять рядом;
   4) все учащиеся класса «А» будут стоять рядом?
6. В сформированной тургруппе 26 участников, среди которых 8 туристов знакомы между собой. Вся группа случайным образом делится на две равные подгруппы. Какова вероятность, что:
   1) все знакомые попадут в одну группу;
   2) знакомые между собой попадут в две группы поровну?
7. Экзаменационный билет содержит три вопроса: два теоретических и один практический. Вероятность ответить на первый и второй вопросы билета равна 0,8, на третий – 0,75. Какова вероятность ответить:
   1) хотя бы на один вопрос;
   2) только на любые два;
   3) не более, чем на один вопрос?
8. В лифт 17-этажного дома вошло 9 человек. Какова вероятность:
   1) все выйдут на разных этажах;
   2) все выйдут на одном этаже;
   3) все выйдут на 8-ом этаже?

9. 28 спортсменов по жребию выбирают порядковые номера для выступления. Какова вероятность, что в результате жеребьевки между определенными спортсменами А и В будут выступать любые 9, а между В и С любые 4?
10. Книги по социологии, экономике, философии случайным образом расставляют на полке. Книг по социологии 11 штук, по экономике – 6 штук, по философии – 12 штук. Все книги разные. Какова вероятность, что:
    1) все книги по каждой из трех дисциплин окажутся рядом;
    2) все книги только по двум любым дисциплинам будут стоять рядом примыкающими блоками?
12. 390 изделий, имеющихся на складе, случайным образом делятся на две части в отношении 7:6 и отправляются двум заказчикам. Какова вероятность, что 27 бракованных изделий, находящихся среди них, попадут:
    1) одному заказчику.
    2) двум заказчикам поровну?
    3) первому и второму заказчикам в отношении 5:4?
13. Предприятие независимо заключает договор с тремя фирмами. Вероятность заключить договор с первой фирмой равна 0,8, со второй - 0,7, с третьей – 0,9. Какова вероятность заключить договор:
    1)хотя бы с одной фирмой;
    2)только с двумя фирмами;
    3)не более чем с двумя?
14. В классе 5 отличников, 12 хорошистов, 8 троечников. Новый учитель случайным образом вызывает трех учеников к доске. Какова вероятность того, что ровно на второй раз будет вызван отличник?
15. Страховая компания разделяет клиентов по классам риска. К малому риску относятся 60% клиентов от числа всех застрахованных, к среднему риску -30%, к большому риску - 10%. Вероятность страхового случая для малого риска равна 0,01, для среднего риска равна 0,03, для большого риска равна 0,08. Какова вероятность, что:
    1) клиент получит денежное вознаграждение за период страхования;
    2) клиент, получивший страховку, относится к группе малого риска?
16. Тест проверки знаний содержит 5 вопросов на разные темы. На каждый вопрос даны четыре варианта ответов, лишь один из которых правильный. Найти распределение СВДТ X – число правильных ответов, если отвечающий выбирает ответ случайно, не читая его содержание.
17. Игрок поочередно покупает билеты двух разных лотерей до первого выигрыша. Вероятность выигрыша по одному билету первой лотереи равна 0,2, а второй – 0,3. Игрок вначале покупает билет первой лотереи. Составить закон распределения СВДТ X – число купленных билетов, если он имеет возможность купить только 5 билетов.
18. В группе из 19 студентов 9 девушек. Наудачу отбирают 5 студентов. Составить закон распределения СВДТ X – число девушек среди отобранных студентов.
19. В группе из 40 студентов 22 экономистов, остальные – социологи. По жребию отбирают 7 студентов. Найти закон распределения СВДТ X – число студентов-социологов в выборке.
20. Составить закон распределения СВДТ X – число страниц с опечатками, если в книге 200 страниц, а вероятность того, что

на странице будет опечатка равна 0,002.

Список теоретических вопросов для подготовки к зачету (3 семестр):

1. Объект и предмет математической статистики: статистические совокупности и признаки.
2. Случайные величины и генеральные совокупности, ассоциированные со статистической совокупностью. Выборка из генеральной совокупности.
3. Операция ранжирования. Вариационный ряд. Дискретные статистические ряды как результат разбиения вариационных рядов на группы одинаковых значений признака.
4. Расширенные дискретные статистические ряды и описание данных с помощью интерпретации их составляющих.
5. Способы графического представления данных, сгруппированных в дискретные статистические ряды.
6. Операция ранжирования. Вариационный ряд. Условия, при которых возникает необходимость группировки членов вариационного ряда методом разбиения диапазона вариационного ряда на частичные интервалы и отнесения каждого значения признака к тому частичному полуинтервалу, на котором оно находится.
7. Процедура разбиения диапазона вариационного ряда на частичные интервалы. Интервальные статистические ряды.
8. Расширенные интервальные статистические ряды и описание данных с помощью интерпретации их составляющих.
9. Способы графического представления данных, сгруппированных в интервальные статистические ряды.
10. Выборочные числовые характеристики – показатели центра распределения и структуры распределения значений признака на диапазоне вариационного ряда для данных, сгруппированных в дискретные статистические ряды: среднее выборочное, выборочная мода, выборочная медиана, выборочные квартили.
11. Выборочные числовые характеристики – показатели центральной тенденции значений признака и структуры распределения значений признака на диапазоне возможных значений для данных, сгруппированных в интервальные статистические ряды: среднее выборочное, выборочная мода, выборочная медиана, выборочные квартили, выборочные децили, другие квантили различных уровней.
12. Различные показатели вариации признака, различные расчетные формулы. Выбросы.
13. Выборочные моменты. Выборочный коэффициент эксцесса. Различные выборочные коэффициенты асимметрии.
14. Основные определения и факты теории точечного оценивания параметров генеральной совокупности. Таблица генеральных числовых характеристик и их оценок – выборочных числовых характеристик.
15. Требования к точечным оценкам: состоятельность, несмещенность, эффективность.
16. Точечная оценка математического ожидания и ее свойства.
17. Точечные оценки генеральной дисперсии и их свойства.
18. Основные определения и факты теории интервального оценивания параметров генеральной совокупности.
19. Доверительный интервал для генерального среднего при известной генеральной дисперсии.
20. Доверительный интервал для генерального среднего при неизвестной генеральной дисперсии.
21. Доверительный интервал для генеральной доли.

22. Доверительный интервал для генеральной дисперсии при неизвестном математическом ожидании.
23. Методология проверки статистических гипотез. Этапы проверки гипотез.
24. Основные законы распределения СВ: нормальный, Стьюдента, хи-квадрат, Фишера.
25. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при известной генеральной дисперсии.
26. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и достаточном объёме выборки.
27. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии и малом объёме выборки.
28. Проверка гипотезы о значении генеральной доли.
29. Проверка гипотезы о значении генеральной дисперсии.
30. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при известных генеральных дисперсиях.
31. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных равными (критерий Стьюдента о равенстве средних в случае независимых выборок).
32. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей при неизвестных генеральных дисперсиях, признанных неравными (критерий Уэлча).
33. Проверка гипотезы о равенстве генеральных долей выделенных значений признака у двух генеральных совокупностей.
34. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух генеральных совокупностей.
35. Ситуации, в которых две выборки следует признать зависимыми. Примеры.
36. Проверка гипотезы о равенстве значений генеральных средних двух генеральных совокупностей в случае зависимых выборок (критерий Стьюдента о равенстве средних в случае зависимых выборок).
37. Условия, при которых нельзя использовать параметрические критерии и следует использовать непараметрические критерии.
38. Непараметрический критерий Манна-Уитни равенства средних двух генеральных совокупностей (в случае независимых выборок).
39. Непараметрический критерий Уилкоксона равенства средних двух генеральных совокупностей (в случае зависимых выборок).
40. Специфика нахождения теоретических частот в случае различных гипотетических законов распределения: биномиального, Пуассона, дискретного равномерного, нормального.
41. Специфика нахождения теоретических частот в случае нормального закона распределения.
42. Проверка гипотез о предполагаемом законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи-квадрат.
43. Проверка гипотезы о распределении случайной величины по закону Пуассона с помощью критерия согласия хи-квадрат.
44. Проверка гипотезы о равномерном законе распределения (для качественных и количественных признаков) с помощью критерия согласия хи- квадрат.
45. Проверка гипотез о нормальном законе распределения генеральной совокупности с помощью критерия согласия хи-квадрат.

46. Как определять теоретические частоты в рамках проверки гипотез о независимости качественных признаков.
47. Проверка гипотезы об отсутствии связи между двумя признаками с помощью критерия независимости хи-квадрат.
48. Проверка гипотезы об однородности нескольких выборок (о совпадении законов распределения нескольких генеральных совокупностей, из которых осуществлены выборки) с помощью критерия однородности хи-квадрат.
49. Коэффициент $\boldsymbol{\varphi}$ для оценки корреляционной связи между двумя признаками с дихотомическими значениями. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
50. Точечно-бисериальный коэффициент $\boldsymbol{r_{pb}}$ оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых выражены в интервальной или относительной шкале, значения другого – дихотомические. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
51. Рангово-бисериальный коэффициент $\boldsymbol{r_{rb}}$ для оценки корреляционной связи между двумя признаками, значения одного из которых дихотомические, значения другого выражены в номинальной или порядковой шкале, а затем ранжированы. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
52. Коэффициент корреляции Пирсона $\boldsymbol{r_p}$ для оценки силы связи между признаками, значения которых выражены в интервальной шкале или шкале отношений, при линейной зависимости между ними. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
53. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена $\boldsymbol{r_s}$ для оценки силы связи между признаками, значения которых выражены в шкале не ниже порядковой и ранжированы при монотонной нелинейной зависимости между ними. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
54. Коэффициент ранговой корреляции Кендалла $\boldsymbol{\tau}$ для оценки силы связи между признаками, значения которых выражены в шкале не ниже порядковой и ранжированы при монотонной нелинейной зависимости между ними. Определить наличие связи между признаками на генеральной совокупности путем проверки гипотезы о статистической значимости вычисленного коэффициентов корреляции.
55. Коэффициент конкордации Кендалла **W** для оценки согласованности результатов индивидуального ранжирования. Определение статистической значимости вычисленного коэффициента конкордации W: формула статистики и закон ее распределения

Практические задания:

1. Фирма коммунального хозяйства провела случайную выборку квитанций ЖКХ услуг 28 квартир определённого типа. Оказалось, что средняя сумма равна 9,8 тыс. рублей со стандартным отклонением 1,5 тыс. рублей. Найти доверительный

интервал, который с вероятностью 0,95 содержит среднюю сумму оплат ЖКХ услуг таких квартир.

2. При обследовании средней зарплаты работающих жителей города была сделана выборка из 100 человек. При этом оказалось, что средняя зарплата по выборке равна 800 у.е., а исправленная выборочная дисперсия – 250 у.е. Найти 97% доверительный интервал для средней зарплаты в городе.
3. Средний ночной сон у случайно выбранных 25 студентов составил 5,6 часа. Из предыдущих исследований известно, что дисперсия равна 3,6 часа. Найти доверительный интервал, который с вероятностью 0,95 содержит среднее количество сна у исследуемой статистической совокупности.
4. При выборочном обследовании 100 телезрителей оказалось, что 35 из них регулярно смотрят программы ТНТ. Построить 99% доверительный интервал для доли всех телезрителей, предпочитающих канал ТНТ.
5. По выборке объёма 29 найдена исправленная дисперсия 2,9. Найти 90% доверительный интервал для генерального стандартного отклонения.
6. Средний дневной объём продаж в магазине составлял 500 единиц. После реорганизации средний дневной объём продаж за 26 дней составил 520 единиц с исправленным выборочным стандартным отклонением 40 единиц. Можно ли утверждать, что реорганизация привела к увеличению среднего объёма продаж на уровне значимости 0,05.
7. Рафинированный сахар упаковывается в пакеты с номинальным весом 1,0 кг со стандартным отклонением 0,01 кг. Случайная выборка 16 пакетов готовой продукции выявила средний вес 1.01 кг. На уровне значимости 0,04 проверить, что средний вес пакета соответствует номиналу.
8. Независимому статистику поручено проверить информацию маркетинговой службы некоторого турбюро о том, что 70% клиентов выбирают в качестве формы обслуживания полупансион. Статистик провёл опрос 150 туристов, среди которых полупансион предпочли 84 человека. К какому выводу пришёл статистик на уровне значимости 0.05?
9. Инвестор считает вложения в активы с дисперсией доходности более 0,04 слишком рискованными. За последние 7 лет выборочная исправленная дисперсия доходности составила 0,06 у актива «А». Следует ли делать вложения в актив «А», принимая решение на уровне значимости 0,05?
10. Преподаватель считает, что студенты факультета ВМиК могут написать компьютерную программу быстрее, чем студенты мехмата. Двенадцать студентов ВМиК, попавшие в выборку, потратили в среднем по 36 минут, чтобы написать и отладить определённую программу. Восемнадцать студентов мехмата справились с тем же заданием в среднем за 39 минут. Исправленное стандартное отклонение каждой группы равно 4 и 9 минут соответственно. На уровне значимости 0,05 проверить предположение преподавателя, считая, что дисперсии не равны.
11. В книжном магазине проведено исследование продаж двух книжных новинок. В течение 10 рабочих дней первый роман продавался ежедневно по 57 экземпляров со средним квадратическим отклонением12 экземпляров; второй роман – в среднем по 62 экземпляра, со средним квадратическим отклонением. Можно ли утверждать на уровне значимости 0,1, что второй роман расходится лучше первого.
12. В магазинах сети А средний чек за неделю составляет 800 рублей с дисперсией 2500, в сети В за тот же срок – 600 рублей с дисперсией 4900. Проверить на уровне значимости 0,01 есть ли различие в средних значениях чека?

13. В селах Раздолье и Тихое проведены выборочные обследования доходов жителей. Получены следующие результаты: средний доход 10 случайно выбранных жителей села Раздолье составил 2620 рублей со средним квадратическим отклонением 150 руб., а средний доход 15 случайно выбранных жителей села Тихое составил 2380 рублей со средним квадратическим отклонением 90 руб. Можно ли утверждать на уровне значимости 0,1, что в Раздолье в среднем живут богаче, чем в Тихом?
14. Менеджер по рекламе компании, производящей овсяные хлопья для завтрака, хотел бы выяснить, повлияла ли новая форма упаковки на сбыт продукции компании. С этой целью им была организована случайная выборка 30 однотипных магазинов, 18 из них продавали хлопья в новой упаковке, 12 других – в старой упаковке. Через определенное время он получил результаты: для новой упаковки среднее выборочное оказалось 130 коробок, исправленное среднее квадратичное отклонение 12 коробок; для старой упаковки среднее выборочное оказалось 117 коробок, исправленное среднее квадратическое отклонение 16 коробок. На уровне значимости 0,05 проверить утверждение менеджера, что новая упаковка привела к увеличению сбыта овсяных хлопьев.

Критерии оценки ответов на зачете:

Оценка	Описание критериев оценки
Зачтено	Ответ логически выстроен и излагается на хорошем научном языке. Студент хорошо владеет необходимыми источниками и литературой, хорошо ориентируется в них, использует при ответе специализированную лексику, дает хорошие ответы на основной и дополнительные вопросы.
Не зачтено	В ответе полностью отсутствует явная логика. Студент не владеет в полной мере даже основными источниками, не ориентируется в них, при ответе не использует специализированную лексику, дает неудовлетворительные ответы на дополнительные и основные вопросы.

Шкала и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка / Результаты обучения	2	3	4	5

ЗНАТЬ:	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
УМЕТЬ:	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
ВЛАДЕТЬ:	Отсутствие владения	В целом успешное, но не систематическое владение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое владение

8. Ресурсное обеспечение:

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1 семестр

а) основная литература:

1. Дорофеева А. В. Высшая математика для гуманитарных направлений : Учебное пособие. – М. : Юрайт, 2026.
2. Дорофеева А. В. Высшая математика. Сборник задач : Учебное пособие. – М. : Юрайт, 2026.
3. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике :Учебное пособие. – М. : Изд-во физ.-мат. лит., 2010.
4. Соколов А.В., Шагин В.Л. Математический анализ. Базовые понятия: Учебное пособие. – М.: Юрайт, 2026.

б) дополнительная литература:

1. Богомолов В.Н., Самойленко П.И. Математика : Учебное пособие. М.: Юрайт, 2026.
2. Кремер Н.Ш. и др. Высшая математика для экономистов : учеб.для студентов вузов. – М. : ЮНИТИ, 2026.
3. Ильин В. А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ : учебник для акад. бакалавриата. – М. :Юрайт, 2026.

2 и 3 семестры

а) основная литература:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: URSS, 2024.
2. Иванов О.В. Прикладная статистика : Учебное пособие – М: Этногенез, 2013.
3. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. – М.: ФИМА, 2003.
4. Резник А.Д., Резник Д.А. Элементарное введение в статистику. – М.: Телеком, 2016.

5. Обуховский В.В. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику: Учебное пособие. – Воронеж. 2026.
6. Толстова Ю.Н. Математическая статистика для социологов. Задачник. – М.: ГУ ВШЭ, 2010.
7. Фадеева Л.Н., Лебедев А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Эксмо, 2010.
8. Шириков В.Ф., Зарбалиев С.М. Теория вероятностей. – М.: КолосС, 2008.
9. Шириков В.Ф., Зарбалиев С.М. Математическая статистика. – М.: КолосС, 2009.

б) дополнительная литература:

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Юрайт, 2026.
2. Гнеденко Д.Б. Теория вероятностей для социологов : Учебное пособие . – Москва, 2003.
3. Дорофеева А.В. Высшая математика для гуманитарных направлений. – М.: Юрайт, 2022.
4. Ермолаев – Томин О.Ю. Математические методы в психологии в 2-х частях. Ч.1. – М.: Юрайт, 2022.
5. Луценко А.И. Теория вероятностей. – Ростов - на -Дону: Феникс, 2009.
6. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Эксмо, 2008.
7. Пашкевич А.В. Теория вероятностей и математическая статистика для социологов и менеджеров. – М : Академия, 2014.
8. Попов А.М., Сотников В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. – М.; Юрайт, 2026.
9. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие. – М : Академия, 2020.

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет:**

№	Название	Web-адрес
1	Российская государственная библиотека	http://www.rsl.ru/
2	Национальная электронная библиотека	http://www.nel.nns.ru/
3	Научная электронная библиотека	http://www.elibrary.ru
4	Научная библиотека МГУ имени М.В. Ломоносова	http://www.nbmgu.ru/

- **Описание материально-технической базы**

Для проведения образовательного процесса требуется аудитория, оборудованная компьютером и проектором, необходимыми для демонстрации презентаций.

9. Язык преподавания.

Русский.

10. Преподаватель:

Третьякова И.В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры социальных технологий

11. Автор программы:

Третьякова И.В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры социальных технологий